

MASTER 2

Mention Mathématiques et Applications

Parcours Agrégation

Année universitaire 2026 – 2027

<https://sciences-technologies.univ-lille.fr/mathematiques/formation/master-mention-mathematiques/m2-agregation>

RESPONSABLE

Vincent THILLIEZ
Université de Lille
FST – Département de Mathématiques
Cité scientifique
59655 VILLENEUVE D'ASCQ Cedex

SECRÉTARIAT

Stéphanie NINIVE
math-masters2@univ-lille.fr
Tel. 03.20.43.42.33

OBJECTIFS

Le parcours Agrégation du Master 2 Mathématiques et Applications a pour objectif principal de préparer les étudiants à passer le concours de l'agrégation externe de mathématiques dans les conditions les plus favorables. Il permet ainsi de consolider et approfondir les connaissances acquises jusqu'en Master 1 et couvrant un large spectre des mathématiques : analyse, algèbre, géométrie, probabilités et statistiques, calcul scientifique et EDP. Il comporte une part importante de préparation spécifique aux épreuves écrites et orales du concours.

DÉBOUCHÉS

Par le biais du concours auquel il prépare, le parcours Agrégation permet d'accéder à la carrière de professeur agrégé dans l'enseignement secondaire ou supérieur (postes de PRAG, postes en CPGE).

Il n'exclut pas la poursuite d'études doctorales donnant ensuite accès aux carrières d'enseignant-chercheur dans l'enseignement supérieur ou de chercheur dans les organismes publics ou les grandes entreprises.

ADMISSIONS

Les modalités relatives à la procédure de candidature sont disponibles sur le site de l'Université de Lille :

<https://www.univ-lille.fr/etudes/candidater/>

Le parcours est une continuation naturelle d'un Master 1 Mathématiques et Applications mais il peut aussi être accessible sous certaines autres conditions prévues par les textes légaux régissant le concours. Pour cela, voir le site du ministère de l'éducation nationale :

<http://www.devenirenseignant.gouv.fr/pid33987/enseigner-dans-les-classes-preparatories-agregation.html>

Contacter le responsable du parcours pour toute information complémentaire.

Attention : l'inscription administrative au concours de l'agrégation externe est une procédure personnelle et indépendante de l'inscription en master. Elle se fait auprès du service Examens et Concours de l'Académie. La période des inscriptions (généralement en septembre-octobre) peut toutefois varier suivant les années. Il convient de se référer au site du ministère pour plus de détails.

ORGANISATION DE L'ENSEIGNEMENT

SEMESTRE 3

BCC6 Renforcer et mobiliser des savoirs hautement spécialisés	Algèbre fondamentale	6 ECTS
	Analyse fondamentale	6 ECTS
BCC7 Se servir des outils numériques spécialisés et mettre en œuvre une communication adaptée au transfert de connaissances	Outils numériques en Probabilités et Statistiques / Outils numériques en Calcul Scientifique (selon option au concours)	3 ECTS
	Anglais	3 ECTS
BCC8 Résoudre des problèmes théoriques dans un contexte compétitif	Analyse pour l'agrégation	5 ECTS
	Mathématiques générales	4 ECTS
	GP : Complexity in the physical and digital worlds	3 ECTS

SEMESTRE 4

BCC8 Résoudre des problèmes théoriques dans un contexte compétitif	Analyse et probabilités	6 ECTS
	Algèbre et géométrie	6 ECTS
BCC9 Analyse et implémenter des modèles numériques	Modélisation en Probabilités et Statistiques / Modélisation en Calcul Scientifique (selon option au concours)	9 ECTS
BCC10 Intégrer des savoirs transverses à plusieurs domaines mathématiques	Leçons et Mémoire	9 ECTS

PROGRAMME DES COURS

2026 - 2027

Les enseignements de ce parcours sont évidemment axés sur l'Agrégation Externe de mathématiques. À ce titre, ils rassemblent des notions de niveau L et M figurant au programme officiel du concours, ainsi que des compléments mettant en œuvre ces notions, notamment si ces compléments sont susceptibles de donner matière à des développements dans les épreuves orales. Ainsi, les contenus mentionnés ci-après représentent seulement des grands thèmes dont les contours et prolongements peuvent évoluer avec le programme officiel en vigueur, et s'adapter aux besoins spécifiques des candidats.

- **S3 : Algèbre fondamentale – 18h de CM pour la préparation à l'écrit (Niels Borne) et 18h de TD pour la préparation à l'oral (Niels Borne – Laurent Denis)**

Programme :

- Anneaux (unitaires), morphisme d'anneaux, sous-anneaux. L'anneau $\mathbb{Z}$ des entiers relatifs. Produit d'anneaux. Idéaux d'un anneau commutatif, anneaux quotients, idéaux premiers, idéaux maximaux. Théorème chinois. Notion d'algèbre associative sur un anneau commutatif.
- Algèbre des polynômes à une ou plusieurs indéterminées sur un anneau commutatif. Racines d'un polynôme, multiplicité. Relations entre les coefficients et les racines d'un polynôme scindé. Sommes de Newton. Polynôme dérivé. Formule de Taylor (en caractéristique nulle). Décomposition en somme de polynômes homogènes. Polynômes symétriques.
- Corps, sous-corps. Caractéristique, morphisme de Frobenius. Extensions de corps. Corps des fractions d'un anneau intègre. Le corps $\mathbb{Q}$ des nombres rationnels. Le corps $\mathbb{R}$ des nombres réels. Le corps $\mathbb{C}$ des nombres complexes. Théorème de d'Alembert-Gauss. Éléments algébriques et transcendants. Extensions algébriques. Corps algébriquement clos. Corps de rupture et corps de décomposition. Corps finis.
- Divisibilité dans les anneaux commutatifs intègres. Éléments irréductibles, éléments inversibles, éléments premiers entre eux. Anneaux factoriels. Plus grand diviseur commun, plus petit multiple commun.
- Factorialité de $A[X]$ quand A est un anneau factoriel. Anneaux principaux. Théorème de Bézout. Anneaux euclidiens. Algorithme d'Euclide. Cas de l'anneau $\mathbb{Z}$ et de l'algèbre $K[X]$ des polynômes sur le corps K . Polynômes irréductibles. Exemples : polynômes cyclotomiques dans $\mathbb{Q}[X]$, critère d'Eisenstein.
- Congruences dans $\mathbb{Z}$. Nombres premiers. Étude de l'anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ et de ses éléments inversibles, fonction indicatrice d'Euler.
- Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps. Décomposition en éléments simples. Cas réel et complexe.

Lecture conseillée : D. Perrin, Cours d'algèbre (Ellipses)

Évaluation : Note de contrôle continu intégral calculée par moyenne pondérée d'une note de DS/écrit blanc de 6h (coef. 4) et une note de TD/oral (coef. 1)

- **S3 : Analyse fondamentale – 18h de CM pour la préparation à l'écrit (Vincent Thilliez) et 18h de TD pour la préparation à l'oral (Léa Blanc-Centi – Vincent Thilliez)**

Programme :

- Rappels de topologie des espaces métriques. Homéomorphismes. Connexité. Composantes connexes. Connexité par arcs. Compacité. Applications uniformément continues. Théorème de Heine. Espaces métriques complets, théorème de Baire. Théorème du point fixe de Picard.
- Topologie des espaces vectoriels normés. Cas des espaces de dimension finie. Compacité de parties d'un espace vectoriel normé : théorème de Riesz, théorème d'Ascoli.
- Espaces de Banach. Séries absolument convergentes dans un espace de Banach.
- Applications linéaires continues, norme d'une application linéaire continue.
- Espaces de Hilbert : projection sur un convexe fermé, théorème de représentation de Riesz, bases hilbertiennes (dans le cas séparable). Exemples de bases de polynômes trigonométriques et de polynômes orthogonaux.
- Rappels sur l'intégrale de Lebesgue : théorème de Beppo-Levi, lemme de Fatou, théorème de convergence dominée, application aux séries de fonctions intégrables. Théorèmes de Fubini-Tonelli et Fubini-Lebesgue, théorème de changement de variable.
- Fonctions définies par des intégrales dépendant d'un paramètre : continuité, dérivabilité, holomorphie.
- Espaces L^p : inégalité de Hölder et conséquences, théorème de Riesz-Fischer. Translatées des éléments de L^p . Produit de convolution de L^1 par L^p , de L^p par L^q pour p et q conjugués. Régularisation, approximations de l'unité et théorèmes de densité dans les espaces L^p .

Lecture conseillée : W. Rudin, Real and Complex Analysis (Mc Graw-Hill)

Évaluation : Note de contrôle continu intégral calculée par moyenne pondérée d'une note de DS/écrit blanc de 6h (coef. 4) et d'une note de TD/oral (coef. 1)

- **S3 : Outils numériques en Probabilités et Statistiques / Outils numériques en Calcul Scientifique (selon l'option choisie au concours) – 36h de TD**

- **Option A : (David Dereudre)**

Estimation paramétrique, intervalle de confiance.
Méthodes de Monte-Carlo. Fonction de répartition empirique.
Processus de Poisson. Chaînes de Markov.

Lecture conseillée : V. Rivoirard, G. Stoltz, Statistique en action (Vuibert)

- **Option B : (Claire Chainais)**

Prise en main de python : rappels et compléments. Résolution de systèmes linéaires : méthodes directes, méthodes itératives. Méthodes de calcul de valeurs propres-vecteurs propres. Résolution d'équations non linéaires. Résolution approchée de l'équation de la chaleur. Différences finies pour l'approximation d'une équation elliptique 1D. Différences finies pour la résolution approchée de l'équation de la chaleur.

Lectures conseillées :

G. Allaire, Analyse Numérique et Optimisation (Éditions de l'École Polytechnique)
J. Hubbard, F. Hubert, Calcul Scientifique, de la théorie à la pratique (Vuibert)

Évaluation : Note de contrôle continu intégral basée sur les DS/TP effectués en salle informatique.

- **S3 : Anglais (Alexia Roussel) – 20h de TD**

Objectifs du cours :

Concepts et connaissances : consolider le lexique de la communication scientifique en anglais (anglais des congrès) ; atteindre le niveau B2 consolidé du CECRL, en particulier en production et en interaction orales.

Compétences (en lien avec le métier de chercheur et d'enseignant-chercheur) :

- Se présenter et présenter ses travaux de façon concise et engageante (elevator pitch) ;
- Engager et entretenir une conversation informelle en contexte professionnel (réseautage en congrès, pause-café, job dating) ;
- Comprendre une communication scientifique orale authentique ;
- Comprendre un article scientifique authentique ;
- Présenter une communication de recherche devant un public international ;
- Participer à une table ronde : exposer un point de vue, réagir, nuancer, reformuler ;
- Analyser sa pratique et s'auto-évaluer pour améliorer sa communication.

Prérequis : Concepts et connaissances : anglais général de niveau B1+

Bibliographie indicative :

Wallwork, A., English for Presentations at International Conferences, Springer.

McCarthy, M. & O'Dell, F., Academic Vocabulary in Use, Cambridge University Press.

Ressources internet recommandées : TED.com, Ma thèse en 180 secondes / Three Minute Thesis, site officiel du CLES.

Évaluation : Contrôle continu intégral basée sur 4 notes, toutes les évaluations étant réalisées en classe :

- Production et interaction orales : présentation de recherche suivie d'une table ronde en panel (40%)
- Compréhension de l'oral : tâche sur document authentique (20%) ;
- Vocabulaire : deux interrogations (20%);
- Implication : participation en classe et auto-formation (évaluation continue) (20%).

- **S3 : Analyse pour l'agrégation – 18h de CM pour la préparation à l'écrit (Vincent Thilliez) et 12h de TD pour la préparation à l'oral (Léa Blanc-Centi – Vincent Thilliez)**

Programme :

- Transformation de Fourier sur $L^1(\mathbb{R}^n)$: transformée d'un produit de convolution, image de L^1 par la transformation de Fourier, formule d'inversion, espace de Schwartz, extension de la transformation à L^2 à partir de $L^1 \cap L^2$, théorème de Plancherel.
- Polynômes trigonométriques, approximation par des polynômes trigonométriques. Séries de Fourier de fonctions périodiques intégrables : lemme de Riemann-Lebesgue, résultats de convergence (convergence dans L^2 , théorèmes de Dirichlet et Fejer, séries de Fourier absolument convergentes), exemples et contre-exemples.
- Séries entières : comportement sur le cercle de convergence, analyticité de la somme dans le disque de convergence, zéros isolés, prolongement analytique et principe du maximum. Fonctions holomorphes : opérateur de Cauchy-Riemann, formule de Cauchy-Pompeiu, équivalence entre analyticité et holomorphie, inégalités de Cauchy et applications. Singularités isolées, séries de Laurent, classification des singularités. Fonctions méromorphes, résidus et applications. Rappels sur primitives et déterminations du logarithme. Convergence des suites de fonctions holomorphes, éléments de topologie sur l'espace des fonctions holomorphes d'un ouvert de $\mathbb{C}$.

Lecture conseillée : W. Rudin, Real and Complex Analysis (McGraw-Hill)

 valuation : Note de contrôle continu intégral calculée par moyenne pondérée d'une note de DS/écrit blanc de 6h (coef. 4) et d'une note de TD/oral (coef. 1)

- **S3 : Mathématiques générales – 18h de CM pour la préparation à l'écrit (Niels Borne) et 12h de TD pour la préparation à l'oral (Niels Borne – Laurent Denis)**

Programme :

- Généralités sur espaces vectoriels et applications linéaires. Réduction des endomorphismes : sous-espaces stables, lemme des noyaux, polynômes annulateurs, polynôme minimal, théorème de Cayley-Hamilton, sous-espaces propres et sous-espaces caractéristiques, diagonalisation, trigonalisation, réduction de Frobenius, invariants de similitude, réduction de Jordan, semi-simplicité, décomposition de Dunford.
- Groupes, morphismes de groupes. Produit direct de groupes. Sous-groupes. Sous-groupe engendré par une partie. Ordre d'un élément. Sous-groupes distingués (ou normaux), groupes quotients. Action d'un groupe sur un ensemble. Stabilisateur d'un point, orbites, espace quotient. Formule des classes. Classes de conjugaison. Application à la détermination des groupes d'isométries d'un polytope régulier en dimension deux et trois. Groupes cycliques. Groupes abéliens finis. Groupe des racines complexes n -ièmes de l'unité, racines primitives. Groupe des permutations d'un ensemble fini. Décomposition d'une permutation en produit de transpositions, en produit de cycles à supports disjoints. Signature. Groupe alterné. Application : déterminants.
- Définition des groupes classiques d'automorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie : groupe général linéaire, groupe spécial linéaire, groupe orthogonal, groupe spécial orthogonal, groupe unitaire, groupe spécial unitaire.

Lectures conseillées :

- R. Mansuy et R. Mneimné, Algèbre linéaire - Réduction des endomorphismes (Vuibert)
- D. Perrin, Cours d'algèbre (Ellipses)

Évaluation : Note de contrôle continu intégral calculée par moyenne pondérée d'une note de DS/écrit blanc de 6h (coef. 4) et d'une note de TD/oral (coef. 1)

- **S3 : GP Complexity in the physical and digital worlds – 24h de TD. Intervenants : Mylène Maïda, Marc Bourdon, Stephan De Bièvre, Volker Mayer**

Module « Graduate Program » en commun avec les parcours « Recherche » et « MFCA » du Master 2. Thème : l'Entropie en mathématiques et physique .

Séances de 2h le mercredi après-midi : cours introductifs et groupes de travail (GT)
Demi-journée de restitution de travaux le mercredi 2 décembre après-midi.

Évaluation : Note calculée par moyenne pondérée d'une note de participation basée sur l'assiduité et le travail régulier aux GT (coef. 4) et d'une note de restitution en séance finale (coef. 1) basée sur le présentiel à la journée banalisée.

- **S4 : Algèbre et géométrie – 12h de CM pour la préparation à l'écrit (Niels Borne) et 18h de TD pour la préparation à l'oral (Niels Borne – Laurent Denis)**

Programme :

- Formes bilinéaires symétriques, formes quadratiques, forme polaire d'une forme quadratique. Éléments orthogonaux, interprétation géométrique. Formes non dégénérées. Adjoint d'un endomorphisme. Représentation matricielle, changement de base. Rang d'une forme bilinéaire.
- Orthogonalité. Sous-espaces isotropes. Décomposition d'une forme quadratique en somme de carrés. Théorème d'inertie de Sylvester. Classification dans le cas de $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$. Procédés d'orthogonalisation.
- Espaces vectoriels euclidiens, espaces vectoriels hermitiens. Isomorphisme d'un espace vectoriel euclidien avec son dual. Supplémentaire orthogonal. Inégalité de Cauchy-Schwarz. Norme. Bases orthonormales.

- Groupe orthogonal, groupe spécial orthogonal. Exemple de générateurs du groupe orthogonal : décomposition d'un automorphisme orthogonal en produit de réflexions. Endomorphismes symétriques, endomorphismes normaux. Diagonalisation d'un endomorphisme symétrique. Décomposition en valeurs singulières d'une matrice à coefficients réels. Réduction simultanée de deux formes quadratiques réelles, l'une étant définie positive. Décomposition polaire dans $GL(n, \mathbb{R})$. Classification des éléments de $O(2, \mathbb{R})$. Classification des éléments de $O(3, \mathbb{R})$, produit mixte, produit vectoriel.
- Groupe unitaire, groupe spécial unitaire. Diagonalisation des endomorphismes normaux. Décomposition polaire dans $GL(n, \mathbb{C})$.
- Espace affine et espace vectoriel associé. Application affine et application linéaire associée. Sous-espaces affines, barycentres. Repères affines, équations d'un sous-espace affine. Groupe affine, notion de propriété affine. Groupe des homothéties-translations, affinités. Parties convexes, enveloppe convexe d'une partie d'un espace affine réel, points extrémaux.
- Isométries d'un espace affine euclidien. Groupe des isométries. Déplacements, antidéplacements.
- Similitudes directes et indirectes du plan. Classification des isométries en dimension deux et trois. Angles en dimension deux : angles de vecteurs, angles de droites, théorème de l'angle inscrit, cocyclicité.
- Groupe des isométries laissant stable une partie du plan ou de l'espace. Polygones réguliers. Relations métriques dans le triangle. Utilisation des nombres complexes en géométrie plane.
- Application des formes quadratiques à l'étude des coniques propres du plan affine euclidien (foyer, excentricité) et des quadriques de l'espace affine euclidien de dimension trois.

Lecture conseillée : D. Perrin, Cours d'algèbre (Ellipses)

Évaluation : Note de contrôle continu intégral calculée par moyenne de deux notes de DS/écrits blancs de 6h (coef. 1 chacun)

- **S4 : Analyse et probabilités – 12h de CM pour la préparation à l'écrit (Vincent Thilliez) et 18h de TD pour la préparation à l'oral (Léa Blanc-Centi – Vincent Thilliez)**

Programme :

- Équations différentielles de la forme $X' = f(t, X)$ sur $I \times U$ avec I intervalle ouvert de $\mathbb{R}$ et U ouvert de $\mathbb{R}^n$. Théorème de Cauchy-Lipschitz. Solutions maximales. Lemme de Grönwall. Théorème de sortie de tout compact (théorème des bouts). Application à l'étude qualitative des solutions.
- Cas linéaire : globalité des solutions, wronskien, variation des constantes (formule de Duhamel). Application aux équations linéaires scalaires d'ordre supérieur à 1.
- Équations autonomes : flot, points d'équilibre, théorème de redressement, portraits de phase.
- Rappels de calcul différentiel en dimension finie, théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Sous-variétés de $\mathbb{R}^n$, espace tangent, extrema liés.
- Rappels de probabilités : notion d'indépendance, loi du 0-1 de Kolmogorov, lemme de Borel-Cantelli. Probabilités conditionnelles.
- Variables aléatoires, loi d'une variable aléatoire. Espérance, théorème de transfert, moments. Variance d'une variable aléatoire réelle. Inégalités de Markov, de Bienaymé-Tchebychev, de Hoeffding. Lois usuelles (de Bernoulli, binomiale, géométrique, de Poisson, uniforme, exponentielle, de Gauss).
- Fonction caractéristique. Fonction génératrice d'une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}$. Application aux sommes de variables aléatoires indépendantes. Convergences de suites de variables aléatoires : en probabilité, dans L_p , presque sûrement, en loi. Loi forte des grands nombres. Théorème de Paul Lévy et théorème central limite.

Lectures conseillées :

- J.C. Yoccoz, Cours de topologie : calcul différentiel et équations différentielles (Paris Onze Éditions)
- F. Rouvière, Petit guide de calcul différentiel (Cassini)
- O. Garet, A. Kurtzman, De l'intégration aux probabilités (Ellipses)

Évaluation : Note de contrôle continu intégral calculée par moyenne de deux notes de DS/écrits blancs de 6h (coef. 1 chacun)

- **S4 : Modélisation en Probabilités et Statistiques / Modélisation en Calcul Scientifique (selon l'option choisie au concours) – 50h de CTD.**

Programme :

Option A : (David Dereudre)

- Utilisation de lois usuelles pour modéliser certains phénomènes aléatoires.
 - Chaînes de Markov à espace d'états fini ou dénombrable, classification des états, mesure stationnaire (existence et unicité), théorèmes de convergence.
 - Construction du processus de Poisson sur $\mathbb{R}^+$ à partir de variables exponentielles, indépendance, stationnarité et loi des accroissements.
 - Espérance conditionnelle, (sur/sous-) martingales à temps discret, temps d'arrêt.
 - Échantillons, moments empiriques, loi et fonction de répartitions empiriques, intervalles de confiance, estimation.
 - Vecteurs gaussiens. Modèle linéaire Gaussien. Tests paramétriques, test d'ajustement.
- Exemples.

Lecture conseillée : V. Rivoirard, G. Stoltz, Statistique en action (Vuibert)

Option B (Ana Matos – Clément Cancès) :

- Systèmes linéaires : méthodes directes ou itératives, coût et vitesse de convergence.
- Équations non linéaires, méthodes de Picard et Newton. Intégration numérique et équations différentielles ordinaires : exemples d'utilisation de méthodes d'ordre élevé via les routines proposées par les logiciels. Notions élémentaires sur les EDP en dimension 1 : équations de transport et méthode des caractéristiques, équations des ondes et de la chaleur et analyse de Fourier, aspects qualitatifs élémentaires. Équations elliptiques et théorème de Lax-Milgram. Exemples de discrétisation par la méthode des différences finies : notions de consistance, stabilité, convergence, ordre.
- Optimisation et approximation : interpolation linéaire par morceaux, interpolation de Lagrange, extrema sans contraintes et algorithme du gradient à pas constant, extrema liés et mise en œuvre numérique, méthode des moindres carrés et applications.
- Traitement du signal : utilisation de séries de Fourier, de la FFT et mise en œuvre à l'aide des routines proposées par les logiciels.

Lectures conseillées :

- G. Allaire, Analyse Numérique et Optimisation (Éditions de l'École Polytechnique)
- J. Hubbard, F. Hubert, Calcul Scientifique, de la théorie à la pratique (Vuibert)

Évaluation : Note de contrôle continu intégral déterminée par des DS/TP suivant la durée et le modèle de l'épreuve de modélisation du concours.

- **S4 : Leçons et mémoire – 48h de TD pour la préparation à l'oral (Léa Blanc-Centi, Niels Borne, Laurent Denis, Vincent Thilliez)**

Programme

Module de préparation à l'oral du concours en analyse et mathématiques générales.

Évaluation : Note de contrôle continu intégral sur la base de la préparation des leçons d'agrégation : participation, rédaction de plans et présentations publiques par les candidats.