

LICENCE MENTION MATHÉMATIQUES

2^{ème} année

Organisation du Semestre 3

Synthèse des BCC

BCC 3 - Construction, étude et utilisation des modèles et structures d'ensembles en mathématiques

Ce BCC se compose de :

- M30 - Bases de l'Algèbre (6 ECTS)
 - M31 - Algèbre linéaire (6 ECTS)
-

BCC 4 - Résolution de problèmes en mathématiques

Ce BCC se compose de :

- M32 - Suites et séries numériques (6 ECTS)
 - M33 - Intégrales généralisées (3 ECTS)
 - L'UE de perfectionnement M3P du semestre 3 comporte un enseignement constitutif au choix parmi :
 - M34 - Topologie dans $\mathbb{R}^n$ et continuité (3 ECTS)
 - M35 - Renforcement en analyse (3 ECTS)
 - M36 - Analyse pour le CAPES (3 ECTS)
-

BCC 5 : Ouverture et approfondissement

- Anglais (3 ECTS)
 - Méthodes numériques avec python (3 ECTS)
-

Description détaillée du semestre

BCC 3 - Construction, étude et utilisation des modèles et structures d'ensembles en mathématiques

Au semestre 3, le BCC 3 - “Construction, étude et utilisation des modèles et structures d'ensembles en mathématiques” est constitué des M30 - Bases de l'Algèbre et M31 - Algèbre linéaire.

Ce BCC se compose de :

M30 - Bases de l'Algèbre, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours, 36h de TD

- Structures algébriques (9h CM)
 - **Groupes** : groupes, sous-groupes, morphismes, noyau, image ; groupes cycliques, ordre d'un élément, théorème de Lagrange. Les groupes quotients ne sont pas au programme (on traitera $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ en utilisant la notion de relation d'équivalence).
 - **Groupe symétrique** : définition, systèmes de générateurs, signature, groupe alterné, décomposition en cycles à supports disjoints.
 - **Anneaux et corps** : anneaux, morphismes, groupe des éléments inversibles, anneau intègre, corps.
- Arithmétique dans $\mathbb{Z}$ (6h CM)
 - Division euclidienne, PGCD, théorème de Bézout et corollaires, lemme de Gauss, PPCM.
 - Résolution de l'équation diophantienne $ax + by = c$.
 - Nombres premiers, lemme d'Euclide, décomposition en produit de facteurs premiers.
 - Congruences et étude systématique de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$: théorème des restes chinois, résolution de systèmes de congruences, groupe des inversibles, $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ est un corps, petit théorème de Fermat ; exemples de méthode de chiffrement.
- Polynômes à coefficients dans un corps quelconque (3h CM)
 - **L'anneau $\mathbb{K}[X]$** : définition, racines, polynômes scindés, multiplicité d'une racine, relations entre coefficients et racines, polynômes irréductibles ; cas de $\mathbb{R}[X]$ et $\mathbb{C}[X]$.
 - **Le corps des fractions rationnelles $\mathbb{K}(X)$** : définition, racines, pôles ; décomposition en éléments simples dans $\mathbb{R}(X)$ et $\mathbb{C}(X)$.

M31 - Algèbre linéaire, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours, 36h de TD

- **Rappels d'algèbre linéaire (sur un corps $\mathbb{K}$)** : espaces vectoriels et applications linéaires ; familles libres, génératrices, bases ; sommes directes, projections, symétries ; matrice d'une famille de vecteurs, matrice d'une application linéaire ; formules de changement de base.
- **Déterminant** : formes alternées ; déterminant d'une famille de vecteurs dans une base ; déterminant d'un endomorphisme, propriétés élémentaires ; déterminant d'une matrice, propriétés élémentaires ; développement par rapport aux lignes et aux colonnes ; formule avec la comatrice ; calculs classiques.
- **Réduction des endomorphismes** : valeurs propres, sous-espaces propres, polynôme caractéristique ; diagonalisation, premiers résultats, exemples des projections et des symétries ; polynôme annulateur, polynôme minimal, théorème de Cayley-Hamilton ; caractérisation des endomorphismes diagonalisables et trigonalisables en termes de polynôme annulateur ; sous-espaces caractéristiques, décomposition de Dunford.

BCC 4 - Résolution de problèmes en mathématiques

Au semestre 3, le BCC 4 - “Résolution de problèmes en mathématiques” est constitué des UE M32 - Suites et séries numériques, M33 - Intégrales généralisées et M3P - Perfectionnement qui comporte 1 EC à choisir parmi M34 - Topologie dans $\mathbb{R}^n$ et continuité, M35 - Renforcement en analyse et M36 - Analyse pour le CAPES.

Ce BCC se compose de :

M32 - Suites et séries numériques, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours, 36h de TD

1. Suites numériques :

- rappels sur la notion de borne supérieure et inférieure,
- rappels sur la limite d’une suite, unicité de la limite, suites équivalentes, convergence des suites monotones majorées, théorème des gendarmes, suites adjacentes,
- suite extraite, existence d’une suite extraite monotone, théorème de Bolzano-Weierstrass,
- suite de Cauchy, toute suite de Cauchy est convergente dans $\mathbb{R}$, équivalence entre la convergence des suites de Cauchy, celle des suites croissantes majorées et le théorème de Bolzano-Weierstrass.

2. Séries numériques :

- séries numériques, convergence, critère de Cauchy, convergence absolue ;
- séries alternées, théorème d’Abel, séries à termes positifs, théorèmes de comparaison et d’équivalent ;
- comparaison avec une intégrale, séries de Riemann, séries produits.

M33 - Intégrales généralisées, [3 ECTS]

Horaire : 9h de cours, 18h de TD

1. Comparaison de fonctions :

- fonctions équivalentes,
- fonctions dominées,
- fonctions négligeables,
- retour sur les développements limités.

2. Intégration sur un intervalle quelconque (les fonctions considérées sont continues par morceaux) :

- définition de l’intégrale généralisée sur un intervalle ouvert (borné ou non), exemples des fonctions puissance, critère de Cauchy, la convergence absolue implique la convergence, méthode d’Abel ;
- intégration des fonctions positives, méthodes de comparaison, d’équivalents, exemples de comparaison série-intégrale, intégrales semi-convergentes, intégration par parties, changements de variables.

L’UE de perfectionnement M3P du semestre 3 comporte un enseignement constitutif au choix parmi :

M34 - Topologie dans $\mathbb{R}^n$ et continuité, [3 ECTS]

Horaire : 9h de cours, 18h de TD

1. Rappel de topologie dans $\mathbb{R}$:
 - notion d'ouvert et de fermé, voisinages d'un point, points adhérents, points intérieurs, frontière,
 - compacité (définition séquentielle), théorème de Borel-Lebesgue.
2. Notions de topologie dans $\mathbb{R}^n$:
 - norme euclidienne, boules, voisinages, ouverts, fermés, adhérence, intérieur,
 - compacité (définition séquentielle), les compacts de $\mathbb{R}^n$ sont les fermés bornés.
3. Continuité des fonctions de plusieurs variables à valeurs dans $\mathbb{R}^p$:
 - limite en un point, opérations algébriques sur les limites, fonction continue, image réciproque d'un ouvert ou d'un fermé, opérations algébriques sur les fonctions continues,
 - image d'un compact par une fonction continue, une fonction à valeurs réelles continue sur un compact atteint ses bornes,
 - équivalence des normes.

M35 - Renforcement en analyse, [3 ECTS]

Horaire : 9h de cours, 18h de TD

1. Suites numériques : définition d'une suite, limites, convergence, divergence, suites arithmétiques et géométriques, suites monotones.
2. Fonctions numériques : généralités sur les fonctions (domaine de définition, parité, périodicité), graphes et opérations sur les graphes, monotonie, limites, continuité, dérivabilité, étude de fonctions.
3. Dérivation : dérivée d'une fonction, dérivées successives, interprétation géométrique, théorèmes fondamentaux (Rolle, accroissements finis, théorème de la bijection).
4. Intégration : intégrale d'une fonction continue par morceaux, calcul d'aires, primitives, théorème fondamental du calcul intégral.
5. Fonctions usuelles : étude approfondie des fonctions exponentielle, logarithme et trigonométriques (directes et réciproques).

L'accent sera mis en TD sur la préparation au CAPES.

/M35|[Rr]enforcement.*en analyse/

M36 - Analyse pour le CAPES, [3 ECTS]

Horaire : 9h de cours, 18h de TD

1. Suites numériques : définition d'une suite, limites, convergence, divergence, suites arithmétiques et géométriques, suites monotones.
2. Fonctions numériques : généralités sur les fonctions (domaine de définition, parité, périodicité), graphes et opérations sur les graphes, monotonie, limites, continuité, dérivabilité, étude de fonctions.
3. Dérivation : dérivée d'une fonction, dérivées successives, interprétation géométrique, théorèmes fondamentaux (Rolle, accroissements finis, théorème de la bijection).
4. Intégration : intégrale d'une fonction continue par morceaux, calcul d'aires, primitives, théorème fondamental du calcul intégral.
5. Fonctions usuelles : étude approfondie des fonctions exponentielle, logarithme et trigonométriques (directes et réciproques).

BCC 5 : Ouverture et approfondissement

Ce BCC est constitué de deux UE obligatoires : l'UE d'Anglais et l'UE Analyse numérique avec python.

Anglais, [3 ECTS]

Horaire : 18 heures

Remarque : (test de positionnement obligatoire)

L'enseignement de l'anglais au semestre 3 introduit les bases de la communication en anglais dans un contexte professionnel et académique lié aux mathématiques. Ce module sert de point de départ au développement progressif des compétences attendues en fin de licence.

Le thème général du semestre est « Jobs », avec une approche centrée sur les métiers, les environnements professionnels et la communication en anglais dans le cadre de l'emploi.

Compétence principale : initiation à la compréhension orale et écrite, et à la production orale sur des sujets liés à l'emploi. À la fin du semestre, les étudiants seront capables de :

- Comprendre des documents courts et accessibles sur des métiers et parcours professionnels ;
- Identifier les principales idées dans des documents audio simples ;
- Produire une brève présentation orale structurée sur un sujet au choix ;
- Utiliser des expressions de base pour parler de soi, de ses études et de ses projets professionnels.

Méthodes numériques avec python, [3 ECTS]

Horaire : 9h cours et 18h TD-TP

1. **Approximations numériques** : des ensembles de nombres à la représentation machine des nombres : nombres flottants (en base 10), précision machine, erreurs dans les opérations élémentaires, annulation numérique, chiffres significatifs et propagations des erreurs.
2. **Résolution d'une équation non linéaire** (méthodes de dichotomie, du point fixe, de Newton et ses variantes), vitesse de convergence, critères d'arrêt des algorithmes.
3. **Résolution de systèmes d'équations linéaires** : introduction et rappels, matrices particulières, méthodes d'élimination de Gauss, factorisations $A = LU$ et $PA = LU$, complexité, application au calcul du déterminant ; cas particulier des matrices symétriques définies positives, factorisation de Cholesky ; vectorisation des algorithmes en Python.

Organisation du Semestre 4

Synthèse des BCC

BCC 3 - Construction, étude et utilisation des modèles et structures d'ensembles en mathématiques

Ce BCC se compose de :

- M41 - Algèbre bilinéaire (6 ECTS)
 - M42 - Probabilités discrètes (6 ECTS)
-

BCC 4 - Résolution de problèmes en mathématiques

Ce BCC se compose de :

- M43 - Suites et séries de fonctions (6 ECTS)
- Un enseignement constitutif au choix parmi M44 - Différentiabilité, Intégrales de fonctions de plusieurs variables, M45 – Renforcement en algèbre et algèbre linéaire et M46 - Algèbre pour le CAPES.

L'enseignement constitutif M34 - Topologie dans $\mathbb{R}^n$ et continuité est un pré-requis de M44 - Différentiabilité, Intégrales de fonctions de plusieurs variables.

- M44 - Différentiabilité, Intégrales de fonctions de plusieurs variables (6 ECTS)
 - M45 – Renforcement en algèbre et algèbre linéaire (6 ECTS)
 - M46 – Algèbre pour le CAPES (6 ECTS)
-

BCC 5 : Construire son projet professionnel

Ce BCC se compose de :

- Anglais (3 ECTS)
 - **UE Projet Étudiants : une U.E. au choix parmi les suivantes :**
 - UEPE - Astronomie (3 ECTS)
 - UEPE - Exploration mathématiques (3 ECTS)
 - UEPE - Histoire des sciences (3 ECTS)
 - UEPE - Modélisation mathématiques pour l'environnement (3 ECTS)
 - UEPE - Stage dans le secondaire (3 ECTS)
-

Description détaillée du semestre

BCC 3 - Construction, étude et utilisation des modèles et structures d'ensembles en mathématiques

Au semestre 4, le BCC 3 - “Construction, étude et utilisation des modèles et structures d'ensembles en mathématiques” est constitué des 2 UE M41 - Algèbre bilinéaire et M42 - Probabilités discrètes.

Ce BCC se compose de :

M41 - Algèbre bilinéaire, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours, 36h de TD

Prérequis : M30 - Bases de l'Algèbre, M31 - Algèbre linéaire

- **Formes bilinéaires et dualité sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$** : espace dual, base duale, forme bilinéaire.
- **Formes bilinéaires symétriques sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$** : forme quadratique, matrices congruentes, décomposition en carrés, classification.
- **Espaces euclidiens et hermitiens** : produit scalaire, norme, inégalité de Cauchy-Schwarz, orthogonalité, bases orthonormées, procédé de Gram-Schmidt.
- **Endomorphismes adjoints** : définition, représentation matricielle, réduction des endomorphismes auto-adjoints.
- **Géométrie euclidienne** : isométries vectorielles, projections orthogonales, symétries orthogonales, décomposition d'une isométrie en matrice diagonale par blocs, classification en dimensions 2 et 3, groupe orthogonal ; coniques.

M42 - Probabilités discrètes, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours, 36h de TD

1. **Rappels** : dénombrement, dénombrabilité.
2. **Espaces probabilisés** : probabilité comme fonction d'ensembles σ -additive sur la famille des événements observables, exemples.
3. **Probabilités conditionnelles** : indépendance, modèle des épreuves répétées de Bernoulli.
4. **Variables aléatoires discrètes** : loi, lois discrètes classiques (Bernoulli, binomiale, hypergéométrique, uniforme, géométrique, de Poisson), approximation d'une hypergéométrique par une loi binomiale, et d'une loi binomiale par une loi de Poisson.
5. **Vecteurs aléatoires discrets** : loi multinomiale, indépendance d'une suite finie ou infinie de variables aléatoires discrètes.
6. **Espérance d'une variable aléatoire discrète** : linéarité de l'espérance des variables aléatoires discrètes, moments, espérance d'une fonction d'une variable aléatoire discrète, variance et covariance.

Une partie des TD (6h) est réalisée sous forme de TP en Python. Quelques modèles aléatoires courants, comme les chaînes de Markov à espace d'états fini, les marches aléatoires sur $\mathbb{Z}$, les arbres de Galton-Watson, seront abordés soit en cours ou soit en TD/TP.

BCC 4 - Résolution de problèmes en mathématiques

Au semestre 4, le BCC 4 - “Résolution de problèmes en mathématiques” est constitué des UE M43 - Suites et séries de fonctions et M4P - Perfectionnement qui comporte 1 enseignement constitutif à choisir parmi M44 - Différentiabilité, Intégrales de fonctions de plusieurs variables (obligatoire parcours renforcé, recherche, agrégation), M45 – Renforcement en algèbre et algèbre linéaire et M46 - Algèbre pour le CAPES.

Ce BCC se compose de :

M43 - Suites et séries de fonctions, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours ; 36h de TD

Prérequis : M32 - Suites et séries numériques

1. **Suites de fonctions** : convergence simple ; convergence uniforme ; théorèmes de continuité ; de dérivabilité ; d'intégrabilité de la limite.
2. **Séries de fonctions** : rappels sur les séries numériques ; convergence simple ; convergence uniforme et convergence normale des séries de fonctions ; critère d'Abel uniforme ; théorèmes de continuité ; de dérivabilité et d'intégrabilité de la somme.
3. **Séries entières** :
 - Rayon de convergence ; lemme d'Abel ; convergence normale sur tout compact contenu dans l'intérieur du disque de convergence ; régularité de la somme ; dérivation et intégration terme à terme.
 - Série de Taylor ; notion de fonction développable en série entière ; exemples classiques ; calculs de sommes de séries entières ; exponentielle complexe ; le nombre e (voir Rudin) ; applications à la résolution d'équations différentielles.

Un enseignement constitutif au choix parmi M44 - Différentiabilité, Intégrales de fonctions de plusieurs variables, M45 – Renforcement en algèbre et algèbre linéaire et M46 - Algèbre pour le CAPES.

L'enseignement constitutif M34 - Topologie dans $\mathbb{R}^n$ et continuité est un pré-requis de M44 - Différentiabilité, Intégrales de fonctions de plusieurs variables.

M44 - Différentiabilité, Intégrales de fonctions de plusieurs variables, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours, 36h de TD

Prérequis : M34 - Topologie dans $\mathbb{R}^n$ et continuité.

Remarque : Obligatoire parcours renforcé

1. Différentiabilité

- Différentielle, dérivées directionnelles et dérivées partielles ; relation entre la différentielle et les dérivées partielles.
- Fonctions de classe C^1 ; matrice jacobienne ; différentielle des fonctions composées.
- La différentiabilité implique la continuité ; la classe C^1 implique la différentiabilité.
- Théorème des accroissements finis pour les fonctions numériques.
- Lignes et surfaces de niveau des fonctions numériques ; droites et plans tangents en un point régulier, gradient.

- Extrema des fonctions numériques : fonctions de classe C^2 , lemme de Schwarz, formule de Taylor à l'ordre 2, position d'une surface par rapport au plan tangent, recherche d'extrema locaux.

2. Intégrales doubles, intégrales triples

- Sous-ensembles quarrables du plan et leurs aires ; exemples des parties élémentaires $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / a \leq x \leq b, \varphi_1(x) \leq y \leq \varphi_2(x)\}$ avec φ_1 et φ_2 continues ; intégrales sur un sous-ensemble quarrable du plan
- Théorème de Fubini (admis), formule du changement de variable (admise), coordonnées cylindriques, polaires et sphériques.
- Champs de vecteurs sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$, rotationnel, intégrale curviligne, formule de Green-Riemann (admise).
- Courbe, connexité par arc, intégrale curviligne et formule de Green-Riemann.
- Théorème de Gauss-Ostrogradsky.

M45 – Renforcement en algèbre et algèbre linéaire, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours, 36h de TD

1. Fondamentaux d'algèbre :

- **Ensembles et applications** : rappels sur les ensembles, opérations sur les ensembles (union, intersection, complémentaire) ; relations d'équivalence, relation d'ordre ; applications injectives, surjectives et bijectives.
- **Arithmétique** : divisibilité dans $\mathbb{Z}$; nombres premiers ; PGCD et PPCM ; algorithme d'Euclide ; théorème de Bézout ; congruences.
- **Nombres complexes** : définition et construction des nombres complexes ; opérations ; forme algébrique ; forme trigonométrique ; argument ; module ; résolution d'équations dans $\mathbb{C}$; affixe d'un point et d'un vecteur dans le plan complexe.
- **Polynômes** : Définition et opérations sur les polynômes ; racines d'un polynôme ; factorisation ; relations entre coefficients et racines.
- **Calcul algébrique** : Développement ; factorisation ; divisibilité ; identités remarquables ; décomposition en éléments simples.

2. Fondamentaux d'algèbre linéaire :

- Systèmes linéaires, algorithme du pivot de Gauss-Jordan.
- Espaces vectoriels de dimension finie, familles libres, familles génératrices, bases, matrices de changement de base.
- Applications linéaires, homothéties, projections et symétries. Rang d'une application linéaire. Représentations matricielles d'un endomorphisme.
- Calcul matriciel, matrices inversibles, transposition. Déterminant.
- Réduction des matrices carrées : éléments propres, diagonalisation, trigonalisation ; Puissance d'une matrice, suites récurrentes linéaires d'ordre 2 et 3.
- Éventuellement : Matrice stochastique et marche aléatoire sur un graphe.

M46 – Algèbre pour le CAPES, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours, 36h de TD

Remarque : L'accent sera mis sur l'utilité des notions dans le cadre du CAPES

1. Fondamentaux d'algèbre :

- **Ensembles et applications** : rappels sur les ensembles, opérations sur les ensembles (union, intersection, complémentaire) ; relations d'équivalence, relation d'ordre ; applications injectives, surjectives et bijectives.
- **Arithmétique** : divisibilité dans $\mathbb{Z}$; nombres premiers ; PGCD et PPCM ; algorithme d'Euclide ; théorème de Bézout ; congruences.
- **Nombres complexes** : définition et construction des nombres complexes ; opérations ; forme algébrique ; forme trigonométrique ; argument ; module ; résolution d'équations dans $\mathbb{C}$; affixe d'un point et d'un vecteur dans le plan complexe.
- **Polynômes** : Définition et opérations sur les polynômes ; racines d'un polynôme ; factorisation ; relations entre coefficients et racines.
- **Calcul algébrique** : Développement ; factorisation ; divisibilité ; identités remarquables ; décomposition en éléments simples.

2. Fondamentaux d'algèbre linéaire :

- Systèmes linéaires, algorithme du pivot de Gauss-Jordan.
- Espaces vectoriels de dimension finie, familles libres, familles génératrices, bases, matrices de changement de base.
- Applications linéaires, homothéties, projections et symétries. Rang d'une application linéaire. Représentations matricielles d'un endomorphisme.
- Calcul matriciel, matrices inversibles, transposition. Déterminant.
- Réduction des matrices carrées : éléments propres, diagonalisation, trigonalisation ; Puissance d'une matrice, suites récurrentes linéaires d'ordre 2 et 3.
- Éventuellement : Matrice stochastique et marche aléatoire sur un graphe.

L'accent sera mis en TD sur la préparation au CAPES.

BCC 5 : Construire son projet professionnel

Ce BCC est constitué de l'UE d'Anglais et d'une Unité Enseignement Projet Étudiant à choisir parmi exploration mathématique, histoire des sciences, Astronomie de position, Modélisation mathématique pour l'environnement et Stage dans le secondaire

Ce BCC se compose de :

Anglais, [3 ECTS]

Horaire : 18 heures

Remarque : (test de positionnement obligatoire)

L'enseignement de l'anglais au semestre 4 poursuit le travail engagé au S3, avec un accent sur l'autonomie dans l'expression orale. Les étudiants sont amenés à rechercher des informations en anglais, structurer un discours professionnel, et interagir sans support écrit.

Le thème reste centré sur les métiers liés aux mathématiques, avec une double approche : présentation individuelle et interaction orale en binôme.

Compétence principale : développement de l'autonomie dans la prise de parole en continu et en interaction sur des sujets liés aux carrières mathématiques. À la fin du semestre, les étudiants seront capables de :

- Préparer et présenter un exposé oral de manière autonome, sans support écrit ;
- Rechercher et sélectionner des informations pertinentes en anglais sur un métier mathématique ;
- Structurer un discours oral clair, avec un lexique professionnel de base ;

- Participer activement à un échange oral en binôme : questionner, reformuler, interagir avec fluidité.

UE Projet Étudiants : une U.E. au choix parmi les suivantes :

UEPE - Astronomie, [3 ECTS]

Horaire : 30h de cours-TD

Objectif : bases de l'astronomie (description générale des astres et phénomènes, méthodes, enjeux actuels).

Programme : éléments d'histoire de l'astronomie, mesure des distances, rayonnement électromagnétique (corps noir, effet Doppler-Fizeau), système solaire et phénomènes célestes, planètes extrasolaires, étoiles (magnitudes, diagramme HR, évolution), univers à grande échelle (galaxies, expansion, modèle du Big Bang), missions spatiales.

UEPE - Exploration mathématiques, [3 ECTS]

Horaire : 30h de cours-TD

Les étudiants sont encadrés par un enseignant universitaire. Celui-ci propose une liste de sujets et les étudiants (par groupe de 2 ou 3) choisissent un sujet. Chaque semaine l'enseignant rencontre les étudiants lors de séances de TD pour les aider dans leur progression. À la fin du semestre, ils lui présentent le travail effectué sous forme d'un mémoire et d'un exposé oral.

UEPE - Histoire des sciences, [3 ECTS]

Horaire : 30h de cours-TD

1. Histoire des nombres : nombres et calcul en Mésopotamie et en Egypte.
2. Les équations algébriques : Diophante, la naissance de l'algèbre chez les Arabes, les équations de 3e degré et la naissance des nombres complexes à la Renaissance.
3. La conception de l'Univers de la Grèce ancienne au Moyen Age.
4. Copernic, Galilée et la révolution scientifique

Références :

- [1] A. Dahan-Dalmedico, J. Peiffer, *Une histoire des mathématiques*, Ed. du Seuil, Paris, 1986.
- [2] Galilée, Sidereus Nuncius, *Le Messager des étoiles (1610)*, Points Sciences, 2009
- [3] J. Hoyrup, *L'algèbre au temps de Babylone*, Vuibert, 2010

UEPE - Modélisation mathématiques pour l'environnement, [3 ECTS]

Horaire : 30h de cours-TD-TP

Prérequis : Analyse numérique avec Python

1. **Dynamique des populations isolées** : modèles logistique et de Gompertz. Notions d'équilibre et de stabilité ; simulation numérique avec Python en utilisant les méthodes d'Euler ; effet Allee (seuil minimal d'individus nécessaire à la survie). Prise en compte de l'exploitation : modèle avec effort constant ou prélèvement constant (quota), possibilité d'extinction et optimisation de l'exploitation, apparition d'un effet Allee.
2. **Populations en interaction** : compétition, prédation et mutualisme ; modèle de proie-prédateur de Lotka-Volterra ; plan de phase et isoclines. Prise en compte des effets de saturation avec le modèle de Holling. Modèle de compétition entre deux espèces exploitant la même ressource. Modèle de mutualisme/symbiose avec un système de plante-pollinisateur.
3. **Modèles compartimentaux en épidémiologie décrivant la dynamique d'une épidémie** : modèle SIR (Sains - Infectés - Guéris) et extension avec une immunité temporaire (SIRS). Simulation prenant en compte la distribution spatiale.
4. **Modélisation des stratégies évolutives** : notions de base de théorie des jeux appliquée aux Stratégie Évolutionnairement Stables ; Équations du réplicateur ; modèles des stratégies Faucon-Colombe et Faucon-Colombe-Riposte.

UEPE - Stage dans le secondaire, [3 ECTS]

Objectifs :

1. Découvrir les différentes facettes du métier d'enseignant dans le secondaire,
2. Affiner son projet professionnel, confirmer ou infirmer son choix de carrière ;
3. Découvrir, en situation concrète, les réalités de l'enseignement.

Compétences visées :

1. Savoir transmettre, dans des situations concrètes, les savoirs et compétences apprises en licence.
2. Comprendre le fonctionnement d'un collège ou d'un lycée.
3. Posséder les savoir-être utiles en milieu professionnel.
4. Savoir présenter à l'écrit et à l'oral le fonctionnement d'un établissement d'enseignement du secondaire, les problématiques que l'on peut y rencontrer.