

LICENCE MENTION MATHÉMATIQUES

3^{ème} année

Organisation du Semestre 5

Synthèse des BCC

BCC 3 - Fondement des Mathématiques

Ce BCC se compose de :

- Une U.E. au choix parmi les 2 suivantes
 - M51 - Groupes, anneaux, corps 1 (6 ECTS)
 - M52 - Espace vectoriel normé $\mathbb{R}^n$ et fonctions de classe C^1 (6 ECTS)
 - Une U.E. au choix parmi les 2 suivantes :
 - M53A - Intégration-Probabilités Renforcées (6 ECTS)
 - M53B - Intégration-Probabilités (6 ECTS)
-

BCC 4 - Résolution de problèmes en mathématiques

Ce BCC se compose de :

- M54 - Séries de Fourier et Intégrales à paramètres (6 ECTS)
 - Les étudiants suivent une UE au parmi les 2 suivantes.
 - M55 - Analyse numérique (6 ECTS)
 - M56 - Spécialité professionnalisante - métiers de l'enseignement 1 (6 ECTS)
-

BCC 5 : Construire son projet professionnel...

Ce BCC se compose de :

- Anglais (3 ECTS)
 - UE Projet Étudiants : une U.E. au choix parmi les suivantes :
 - UEPE - Renforcement Intégration-Probabilités (3 ECTS)
 - Autre UEPE à choisir via l'application ChoisirTonCours (3 ECTS)
-

Description détaillée du semestre

BCC 3 - Fondement des Mathématiques

Au semestre 5, le BCC 3 - Fondement des Mathématiques est constitué des UE obligatoires M51 et M53, d'une UE au choix parmi M52A et M52B et d'une UE au choix entre M54 et M55. L'UE M52A est obligatoire pour les étudiants du parcours renforcé recherche.

Ce BCC se compose de : Une U.E. au choix parmi les 2 suivantes

M51 - Groupes, anneaux, corps 1, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours, 36h de TD

Prérequis : M30 - Bases de l'Algèbre

- **Ensembles** : relations d'ordre, relations d'équivalence, ensembles quotients.
- **Groupes** : sous-groupes distingués, groupes quotients ; groupes opérant sur un ensemble, orbites, stabilisateurs, formule des classes ; automorphismes intérieurs, classes de conjugaison ; groupes diédraux et polygones réguliers ; classes de conjugaison de S_n et de A_n .
- **Anneaux** : idéaux, anneaux quotients ; idéaux premiers, idéaux maximaux ; idéaux principaux, anneaux principaux, exemple des entiers de Gauss.
- **Corps** : corps, sous-corps, corps premiers, caractéristique d'un corps, corps des fractions d'un anneau intègre.
- **Arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$** : division euclidienne, racines et divisibilité, polynômes irréductibles, idéaux de $\mathbb{K}[X]$, PGCD, algorithme d'Euclide, PPCM, décomposition en facteurs irréductibles.
- **Nombres** : construction de $\mathbb{C}$ à partir de $\mathbb{R}[X]$, éléments algébriques, transcendants, dénombrabilité du corps des nombres algébriques sur $\mathbb{Q}$.

M52 - Espace vectoriel normé $\mathbb{R}^n$ et fonctions de classe C^1 , [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours, 36h de TD

Remarque : Cet EC est obligatoire pour les étudiants qui n'ont pas suivi M34 - Topologie dans $\mathbb{R}^n$ et continuité et M44 - Différentiabilité, Intégrales de fonctions de plusieurs variables.

1. Notions de topologie dans $\mathbb{R}^n$:

- Norme euclidienne ; boules ; voisinages ; ouverts ; fermés ; adhérence ; intérieur.
- Compacité (définition séquentielle) ; les compacts de $\mathbb{R}^n$ sont les fermés bornés.

2. Continuité des fonctions de plusieurs variables à valeurs dans $\mathbb{R}^p$:

- Limite en un point ; opérations algébriques sur les limites ; fonction continue ; image inverse d'un ouvert, d'un fermé ; opérations algébriques sur les fonctions continues.
- Image d'un compact par une fonction continue ; une fonction à valeurs réelles continue sur un compact atteint ses bornes.

3. Différentiation des fonctions de classe C^1 :

- Dérivées partielles ; dérivées partielles secondes ; fonctions de classe C^1 , C^2 .
- Dérivée d'une composée ; dérivées directionnelles ; gradient ; différentielle d'une fonction C^1 ; plan tangent ; approximation par une forme linéaire ; développement limité à l'ordre 1 ; matrice jacobienne ; différentielle d'une composée.

- Théorème des accroissements finis pour les fonctions numériques.
- 4. **Extrema des fonctions numériques** : fonctions de classe C^2 ; lemme de Schwarz ; formule de Taylor à l'ordre 2 ; position d'une surface par rapport au plan tangent ; recherche d'extrema locaux.
- 5. **Intégrales doubles et formule de Green-Riemann ; intégrale d'une fonction continue sur un pavé du plan** :
 - Sous-ensembles quarrables du plan et leurs aires ; exemples des parties élémentaires $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 ; a \leq x \leq b, \phi_1(x) \leq y \leq \phi_2(x)\}$ avec ϕ_1, ϕ_2 continues ; intégrales sur un sous-ensemble quarrable du plan.
 - Théorème de Fubini (admis) ; formule du changement de variable (admise) ; coordonnées cylindriques, polaires et sphériques.

Une U.E. au choix parmi les 2 suivantes :

M53A - Intégration-Probabilités Renforcées, [6 ECTS]

Horaire : 33h de cours et 28h de TD

Prérequis : M42 - Probabilités discrètes

Remarque : Cette UE est obligatoire en parcours renforcé recherche, optionnelle sinon. Elle est aussi obligatoirement complétée par l'UEPE exclusive "Renforcement intégration-probabilités", qui est constituée de 36h de TD pour un total de 64h TD.

Les objectifs de cette UE sont de

- Comprendre les bases de la théorie de l'intégrale de Lebesgue (tribu ; mesure ; intégrale) ainsi que les principaux théorèmes de la théorie de l'intégration (convergence monotone ; convergence dominée ; lemme de Fatou ; Fubini).
- Être capable d'appliquer ces théorèmes dans des situations concrètes, notamment en probabilité.
- Être capable de modéliser une expérience aléatoire à l'aide de variables ou de vecteurs aléatoires et d'en déterminer la loi.
- Assimiler le lien avec les notions d'analyse et de probabilités abordées en L2 (intégrales au sens de Riemann ; intégrales généralisées ; convergence des séries ; probabilités discrètes).
- 1. **Espaces mesurables, fonctions mesurables et mesures** : algèbre ; tribu ; espace mesurable ; tribu engendrée ; exemple de la tribu borélienne de $\mathbb{R}$; notions de tribu produit et de section ; théorème de la classe monotone ; définition d'une mesure, d'une probabilité ; exemples de mesures discrètes, mesure de comptage ; théorème de prolongement et d'unicité ; exemple de la mesure de Lebesgue sur $\mathbb{R}$ (on pourra aborder sa construction) ; propriétés géométriques de la mesure de Lebesgue en dimension 1 ; fonctions mesurables ; vocabulaire probabiliste (lien avec les notions vues en probabilités discrètes en L2).
- 2. **Intégrale de Lebesgue** : intégration par rapport à une mesure σ -finie (intégration des fonctions étagées ; intégration des fonctions positives ; intégration des fonctions intégrables) ; propriétés de l'intégrale ; théorème de convergence monotone ; lien avec l'intégrale au sens de Riemann ; lemme de Fatou ; théorème de convergence dominée ; interversion série-intégrale ; intégrales à paramètres ; théorème de transfert ; mesures à densité.
- 3. **Loi d'une variable aléatoire réelle** : notion de mesure image ; fonction de répartition ; lois discrètes ; lois à densité ; catalogue de lois classiques ; exemples simples de lois qui ne sont ni discrètes ni à densité. Espérance d'une variable aléatoire réelle ; moments ; variance ; inégalité de Markov, de Bienaymé-Tchebychev.
- 4. **Intégrales multiples** : mesure produit ; mesure de Lebesgue en dimension supérieure ; théorèmes de Tonelli et de Fubini ; formule de changement de variable (admise) ; calculs d'aire, de volume.

5. **Vecteurs aléatoires, indépendance et convergence** : vecteurs aléatoires ; loi jointe ; lois marginales ; indépendance (d'événements, de tribus, de variables aléatoires) ; calculs de lois ; introduction aux différentes notions de convergence (presque sûre, en moyenne quadratique, en probabilité, en loi) ; aperçu de la loi des grands nombres et du théorème central limite.

Une étude approfondie des différents modes de convergence et de leurs relations sera abordée en master. L'objectif ici est d'introduire modestement la notion de convergence d'une suite de variables aléatoires afin d'énoncer la loi des grands nombres et le théorème central limite.

M53B - Intégration-Probabilités , [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours, 36h de TD

Prérequis : M42 - Probabilités discrètes

Remarque : Uniquement pour les étudiants en parcours classique

Les objectifs de cette UE sont de :

- Comprendre les bases de la théorie de la mesure et de l'intégrale de Lebesgue ; être capable d'appliquer les principaux théorèmes de la théorie de l'intégration (convergence monotone, convergence dominée, lemme de Fatou) dans un cadre calculatoire et probabiliste.
 - Être capable de modéliser une expérience aléatoire en utilisant des variables aléatoires réelles ; savoir déterminer leur loi et calculer leurs différents paramètres statistiques (espérance, variance).
1. **Éléments fondamentaux de la théorie de la mesure** : tribu, tribu borélienne, fonctions mesurables, mesure, mesure de Lebesgue, mesures discrètes. Ces notions seront uniquement abordées en cours.
 2. **Probabilité** : Définition d'une probabilité, vocabulaire probabiliste, variable aléatoire réelle, notion de loi et de probabilité image ; lois discrètes, fonctions génératrices, lois à densité, fonction de répartition, exemples de lois qui ne sont ni discrètes ni à densité.
 3. **Intégrale par rapport à la mesure de Lebesgue sur $\mathbb{R}$** : propriétés et principaux théorèmes de l'intégration (convergence monotone, convergence dominée, lemme de Fatou), présentés sans démonstration détaillée.
 4. **Applications des théorèmes précédents dans le contexte probabiliste** : espérance d'une variable aléatoire réelle, théorème de transfert ; moments, variance, inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev ; fonction génératrice.
 5. **Quelques théorèmes limites** : loi faible des grands nombres, approximation de Poisson, aperçu du théorème central limite.

BCC 4 - Résolution de problèmes en mathématiques

Le BCC 4 du semestre 5 est constitué de l'UE M55 - Séries de Fourier et Intégrales à paramètres et d'une UE au choix parmi M54 - Analyse numérique et M56 - Spécialité professionnalisante - métiers de l'enseignement.

Ce BCC se compose de :

M54 - Séries de Fourier et Intégrales à paramètres, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours et 36h de TD

Prérequis : M32 - Suites et séries numériques, M43 - Suites et séries de fonctions

1. Polynômes et séries trigonométriques, calcul pratique des coefficients de Fourier, forme complexe de la série de Fourier.
2. Formes hermitiennes et identité de Parseval ; convergence en moyenne quadratique pour les fonctions continues par morceaux.
3. Lemme de Riemann-Lebesgue, théorème de convergence simple de Dirichlet pour les fonctions C^1 par morceaux, théorème de convergence uniforme pour les fonctions continues C^1 par morceaux.
4. Énoncé du théorème de convergence dominée (ce théorème sera étudié plus en détail au cours du semestre en intégration-probabilité), théorème de continuité et de dérivabilité sous le signe intégrale, mise en parallèle avec des résultats connus pour des séries de fonctions.
5. Introduction aux espaces L^p , $1 \leq p < +\infty$, définition, inégalités de Hölder, Minkowski, série absolument convergente dans L^p ; complétude (cette notion devra être définie), la convergence de $(f_n)_n$ vers f dans L^p implique l'existence d'une sous-suite qui converge presque partout vers f , comparaison entre les espaces L^p .

Les étudiants suivent une UE au parmi les 2 suivantes.

M55 - Analyse numérique, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours, 36h de TD dont 6 séances de TP prises en compte dans l'évaluation

Prérequis : Analyse numérique avec Python

1. **Interpolation polynomiale** : approximation un graphe, interpoler des points ; polynômes d'interpolation de Lagrange, existence et unicité ; bases polynomiales (canonique, de Lagrange et de Newton) et méthode de Horner ; calcul du polynôme d'interpolation, différences divisées ; erreur d'interpolation.
2. **Intégration numérique** : formules de quadrature élémentaires et composites, lien avec les sommes de Riemann ; formules de Newton-Cotes ; ordre et degré de précision ; estimation de l'erreur à l'aide de la formule de Cauchy, applications ; accélération de convergence (méthode de Romberg) ; méthodes de quadrature de Gauss.
3. **Approximation des équations différentielle ordinaires** : schéma d'Euler explicite, notions d'ordre de consistance, stabilité et convergence.
4. **Résolution de systèmes d'équations linéaires** : rappel des méthodes directes (factorisation $A = LU$ et $PA = LU$, complexité, factorisation de Cholesky). Problème des moindres carrés : équation normale et utilité d'une factorisation QR ; approches de Householder et de Givens pour la factorisation QR.

M56 - Spécialité professionnalisante - métiers de l'enseignement 1, [6 ECTS]

Horaire : 60h de TD

L'objectif de ce module est de préparer les étudiants au **second écrit** et au **premier oral** du **CAPES de mathématiques**. Le cours sera constitué de deux parties :

Partie 1 (40h) : Préparation de l'écrit 2 du CAPES de mathématiques

Au regard des différents domaines des mathématiques présents dans les programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire, cette partie abordera :

- la **méthodologie** de l'épreuve ;
- l'**analyse et l'évaluation des travaux d'élèves**, ainsi que la remédiation ;

- la familiarisation avec les **programmes de mathématiques de collège et de lycée** ;
- l'**analyse d'exercices** au regard des programmes ;
- l'**adaptation d'exercices** en fonction de leur utilisation (DM, DS, cours, travail en groupe, recherche,...) ;
- la formulation d'une **correction d'exercice à destination des élèves** d'un niveau donné ;
- la maîtrise des **outils informatiques pour le secondaire** (tableur, Geogebra, Scratch, Python,...).

Partie 2 (20h) : Préparation à l'oral 1 du CAPES de mathématiques

Cette partie comprendra :

- la **méthodologie** de l'épreuve ;
- la **gestion du tableau** ;
- la formulation d'une **correction d'exercice à destination d'un jury** ;
- un **entraînement en conditions réelles** à cet oral.

BCC 5 : Construire son projet professionnel...

Le BCC 5 - Construire son projet professionnel du semestre 5 est constitué d'une UE d'anglais et d'une UE transversale à choisir sur "choisis ton cours".

L'UE Renforcement intégration-probabilités est obligatoire pour tous les étudiants qui suivent l'UE M53A - Intégration-Probabilités renforcées. Les étudiants qui ne sont pas inscrits dans le parcours renforcé, recherche, agrégation doivent en plus suivre une UE transversale choisie sur "choisis ton cours".

Ce BCC se compose de :

Anglais, [3 ECTS]

Horaire : 18 heures

Remarque : (test de positionnement obligatoire)

L'enseignement de l'anglais au semestre 5 vise à préparer les étudiants aux compétences linguistiques attendues dans un contexte académique et professionnel international, en particulier à travers des thématiques liées aux STEM (Sciences, Technologie, Ingénierie, Mathématiques). Le cours est conçu en lien avec les objectifs du CLES (Certificat de Compétence en Langues de l'Enseignement Supérieur).

Compétence principale : Compréhension et interaction autour de documents scientifiques et techniques authentiques. À la fin du semestre, les étudiants seront capables de :

- Comprendre des documents oraux et écrits traitant de sujets scientifiques et technologiques en anglais (niveaux B1-B2) ;
- Participer à une interaction orale en exprimant une opinion claire et structurée ;
- Reformuler, clarifier, poser des questions et exprimer un désaccord dans un registre approprié ;
- Mobiliser un lexique technique de base dans des situations de communication semi-professionnelles.

UE Projet Étudiants : une U.E. au choix parmi les suivantes :

UEPE - Renforcement Intégration-Probabilités, [3 ECTS]

Horaire : 36h TD

Cette UEPE ne peut être choisie et ne doit être choisie que par les étudiants qui suivent l'UE M53A - Intégration - Probabilités renforcées, en particulier, elle est obligatoire pour les étudiants du parcours renforcé recherche.

Autre UEPE à choisir via l'application ChoisirTonCours, [3 ECTS]

Voir ChoisirTonCours

Organisation du Semestre 6

Synthèse des BCC

BCC 3 - Construction, étude et utilisation des modèles et structures d'ensembles en Mathématiques

- Deux U.E. au choix parmi 5 les suivantes :
 - M60 - Spécialité professionnalisante - métiers de l'enseignement 2 (6 ECTS)
 - M61 - Topologie dans les espaces métriques (6 ECTS)
 - M62 - Géométrie en dimension 2 et 3 (6 ECTS)
 - M63 - Statistique mathématique (6 ECTS)
 - M64 - Groupes, Anneaux, Corps 2 (6 ECTS)
-

BCC 4 - Résolution de problèmes en mathématiques

- Deux U.E. au choix parmi 5 les suivantes :
 - M65 - Analyse numérique approfondie (6 ECTS)
 - M66 - Equations différentielles (6 ECTS)
 - M67 - Mécanique du système solaire et spatiale (6 ECTS)
 - M68 - Histoire des mathématiques (6 ECTS)
 - M69 - Fonctions d'une variable complexe (6 ECTS)
-

BCC 5 : Construire son projet professionnel...

Ce BCC se compose de :

- Anglais (3 ECTS)
 - UE Projet Étudiants, une U.E. au choix parmi les suivantes :
 - UEPE - Renforcement Topologie et calcul différentiel (3 ECTS)
 - UEPE - Devoirs faits (3 ECTS)
 - UEPE - TEC (3 ECTS)
 - UEPE - Soutien en Maths aux futurs professeurs des écoles (3 ECTS)
 - UEPE - Stage en entreprise ou labo (3 ECTS)
 - Séminaires professionnels + TeX (0 ECTS)
-

Description détaillée du semestre

BCC 3 - Construction, étude et utilisation des modèles et structures d'ensembles en Mathématiques

Au semestre 6, le BCC 3 - Construction, étude et utilisation des modèles et structures d'ensembles en Mathématiques est constitué de deux UE au choix parmi M60 - Spécialité professionnalisante - métiers de l'enseignement 2, M61 - Topologie dans les espaces métriques (obligatoire PRR) M62 - Géométrie en dimension 2 et 3, M63 - Statistique mathématique, et M64 - Groupes, Anneaux, Corps 2.

L'UE M61 est obligatoire pour les étudiants du parcours renforcé recherche.

Deux U.E. au choix parmi 5 les suivantes :

M60 - Spécialité professionnalisante - métiers de l'enseignement 2, [6 ECTS]

Horaire : 60h de TD

L'objectif de ce module est de préparer les étudiants au **second écrit** et au **premier oral** du **CAPES de mathématiques**. Le cours sera constitué de deux parties :

Partie 1 (40h) : Préparation de l'écrit 2 du CAPES de mathématiques

Au regard des différents domaines des mathématiques présents dans les programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire, cette partie abordera :

- la **méthodologie** de l'épreuve ;
- l'**analyse et l'évaluation des travaux d'élèves**, ainsi que la remédiation ;
- la familiarisation avec les **programmes de mathématiques de collège et de lycée** ;
- l'**analyse d'exercices** au regard des programmes ;
- l'**adaptation d'exercices** en fonction de leur utilisation (DM, DS, cours, travail en groupe, recherche,...) ;
- la formulation d'une **correction d'exercice à destination des élèves** d'un niveau donné ;
- la maîtrise des **outils informatiques pour le secondaire** (tableur, Geogebra, Scratch, Python,...).

Partie 2 (20h) : Préparation à l'oral 1 du CAPES de mathématiques

Cette partie comprendra :

- la **méthodologie** de l'épreuve ;
- la **gestion du tableau** ;
- la formulation d'une **correction d'exercice à destination d'un jury** ;
- un **entraînement en conditions réelles** à cet oral.

M61 - Topologie dans les espaces métriques, [6 ECTS]

Horaire : 33h de cours et 28h de TD, complété avec 36h de TD de l'UEPE Renforcement Topologie et calcul différentiel

Prérequis : M34 - Topologie dans $\mathbb{R}^n$ et continuité, M44 - Différentiabilité, Intégrales de fonctions de plusieurs variables

Remarque : obligatoire en parcours renforcé recherche, optionnelle en parcours classique

1. **Espaces métriques** : exemples des espaces vectoriels normés, produit d'espaces métriques, métrique induite sur un sous-ensemble ; boules, voisinages, ouverts, fermés, intérieur et adhérence d'une partie ; parties denses, caractérisation séquentielle ; compacité (définition par l'axiome de Borel-Lebesgue, équivalence avec la caractérisation séquentielle), un produit d'espaces compacts est compact, complétude, un produit fini d'espaces complets est complet.
2. **Fonctions entre espaces métriques** : limites en un point, caractérisation séquentielle, continuité, continuité uniforme, exemple des applications lipschitziennes ; image réciproque d'un ouvert/fermé par une application continue, image continue d'un compact, théorème de Heine, théorème du point fixe contractant ; connexité, connexité par arcs, connexes de $\mathbb{R}$, image continue des connexes.
3. **Espaces vectoriels normés** : normes, normes équivalentes, espaces vectoriels normés de dimension finie : équivalence des normes et continuité des applications linéaires ; les compacts sont les fermés bornés ; un exemple en dimension infinie : les fonctions continues sur un compact munies de la norme du sup ; complétude, application au théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire.
4. **Calcul différentiel entre espaces vectoriels normés de dimension finie** : fonction différentiable, différentielle, dérivées partielles, différentielles des fonctions composées, lien avec les matrices jacobiniennes ; les fonctions de classe C^1 sont différentiables ; inégalité des accroissements finis ; une fonction différentiable sur un ouvert connexe dont la différentielle est nulle est constante ; C^1 -difféomorphisme, théorème d'inversion locale, théorème d'inversion globale, théorème des fonctions implicites ; fonctions de classe C^k , lemme de Schwarz, théorème d'inversion locale et des fonctions implicites pour les fonctions de classe C^k ; formules de Taylor.

M62 - Géométrie en dimension 2 et 3, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours et 36h de TD

Prérequis : M31 - Algèbre linéaire, M41 - Algèbre bilinéaire

1. **Géométrie affine** : sous-espaces affines de $\mathbb{R}$ et $\mathbb{R}^3$, barycentres, repères affines, droites et plans (équations, intersections, parallélisme), distances et projections orthogonales, transformations affines, isométries.
2. **Géométrie élémentaire : propriétés du triangle (points remarquables, relations métriques), autres figures planes, cocyclicité, transformations et alignements, aires et volumes de figures standard.**

Plan détaillé :

— **Géométrie affine**

1. *Rappels d'espaces vectoriels et introduction aux sous-espaces affines* : Rappels sur les espaces vectoriels (combinaisons linéaires, bases, dimensions), notions de sous-espaces vectoriels. Définition et caractérisation d'un sous-espace affine d'un espace vectoriel.
2. *Barycentres et repères affines* : Définition et propriétés du barycentre (combinaison linéaire de points), existence, unicité, associativité. Introduction des repères affines (point origine et base vectorielle).
3. *Droites et plans affines, caractéristiques des sous-espaces affines* : Équations paramétriques et cartésiennes de droites et plans affines dans $\mathbb{R}$ et $\mathbb{R}^3$. Intersections de droites et de plans. Notion de sous-espace directeur, direction d'un sous-espace affine. Sous-espaces affines parallèles. Dimensions des sous-espaces affines.
4. *Distances et projections* : Théorème de Pythagore. Distance d'un point à une droite et d'un point à un plan. Projection orthogonale d'un point sur un sous-espace affine. Distances entre plans et droites parallèles.

5. *Transformations géométriques (isométries)* : Translations, rotations, symétries axiales et centrales. Classification des isométries du plan et de l'espace. Lien avec la notion de déplacement et antidéplacement.

— **Géométrie élémentaire en lien avec la géométrie affine**

1. *Géométrie du triangle - Notions de base* : Rappels sur les notions de base (côtés, angles, médianes, hauteurs, bissectrices). Points et droites remarquables du triangle (centre de gravité, orthocentre, centre du cercle circonscrit, centre du cercle inscrit). Lien avec les barycentres (centre de gravité).
2. *Relations métriques dans le triangle* : Théorèmes d'Al-Kashi, des sinus, des médianes. Triangles égaux et semblables, relations avec les transformations affines. Caractérisations des triangles particuliers (équilatéral, rectangle, isocèle).
3. *Cercles et triangles* : Cercles inscrit et circonscrit, relations entre angles et arcs, théorème de l'angle inscrit. Relations avec les transformations affines.
4. *Transformations, parallélisme, points alignés* : Polygones réguliers et rotations. Parallélisme, points alignés et translation. Théorème de Thalès et homothéties.
5. *Aires et volumes* : Aires et volumes de figures simples (triangles, quadrilatères, prismes, pyramides). Relations avec les transformations affines. Formule de Héron.

M63 - Statistique mathématique, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours et 36h de TD

Prérequis : M53A - Intégration-Probabilités Renforcées ou M53B - Intégration-Probabilités Renforcées

Les objectifs de cette UE sont :

- avoir un premier aperçu de deux problématiques fondamentales en statistique : l'estimation et la prise de décision ;
 - pour l'estimation, apprendre à construire rigoureusement un intervalle de confiance ;
 - pour la prise de décision, découvrir le vocabulaire des tests d'hypothèses, savoir construire et interpréter quelques tests simples.
- visualiser certaines notions :
 - à l'aide des méthodes de simulation de variables aléatoires,
 - à l'aide de TP en Python, visualiser les théorèmes limites.

Programme :

1. **Simulation de variables aléatoires** : simulation de variables aléatoires discrètes, inverse de la fonction de répartition, méthode du rejet, etc.
2. **Rappels et outils de probabilité** : les théorèmes limites
 - Loi des grands nombres :
 - convergence presque sûre et convergence en probabilité, lemme de Borel-Cantelli,
 - loi faible et loi forte des grands nombres.
 - Théorème limite central :
 - convergence en loi lien avec les autres convergences,
 - Lemme de Slutsky,
 - Théorème limite Central,
 - Théorème de Berry-Essen.
3. **Estimation** :

- **Modèle statistique** : notion de modèle statistique (introduction d'une famille de probabilités P_θ sur un espace probabilisable) et d'échantillon sur ce modèle exemple du sondage (approximation de la loi hypergéométrique par la loi binomiale) en lien avec le modèle de Bernoulli (qui pourra servir de fil conducteur dans toute la suite),
- **Estimation** :
 - définition d'estimateur, sans biais, fortement ou faiblement consistant,
 - risque quadratique,
 - normalité asymptotique,
 - exemple de la moyenne empirique et de la variance empirique,
 - application dans le cas Bernoulli (pour l'estimation de l'occurrence d'un événement), Poisson, Loi normale.
- **Intervalle de confiance**
 - définition,
 - méthodes de construction :
 - loi exacte,
 - non asymptotique (avec Tchebychev, Hoeffding), asymptotique (avec majoration ou estimation de la variance),
 - cas particulier des échantillons gaussiens (théorème de Student admis).
- **Introduction à la notion de tests à travers l'exemple du modèle de Bernoulli** :
 - Vocabulaire des tests d'hypothèses :
 - hypothèse nulle et alternative (erreur de première et de seconde espèce),
 - niveau, taille,
 - zone de rejet, p-valeur,
 - puissance.
 - Méthode de construction d'un test :
 - choix des hypothèses,
 - construction de la zone de rejet,
 - conclusion (quelle décision prendre?).

Les cours et TD seront complétés par 4 à 6 heures de TP avec Python.

M64 - Groupes, Anneaux, Corps 2 , [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours et 36h de TD

Prérequis : M51 - Groupes, anneaux, corps 1

- **Groupes** : centre, groupes simples, cas de S_n et A_n ; théorèmes de Sylow ; produit semi-direct ; classification des groupes abéliens finis.
- **Anneaux** : anneaux factoriels, exemples et contre-exemples ; A factoriel implique $A[X]$ factoriel ; critères d'irréductibilité ; applications arithmétiques ; polynômes à plusieurs indéterminées.
- **Adjonction de racines** : corps de rupture (existence, unicité à isomorphisme près), corps de décomposition.
- **Corps finis** : polynômes sur les corps finis, théorème d'existence et d'unicité des corps finis.

BCC 4 - Résolution de problèmes en mathématiques

Ce BCC est constitué de deux UE à choisir parmi M65 - Analyse numérique approfondie, M66 - Équations différentielles, M67 - Mécanique du système solaire et spatiale, M68 - Histoire des mathématiques, M69 - Fonctions d'une variable complexe.

Deux U.E. au choix parmi 5 les suivantes :

M65 - Analyse numérique approfondie, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours et 36h de TD

Prérequis : Analyse numérique avec Python, M54 - Analyse numérique

1. Normes vectorielles $\|\cdot\|_p$ ($p = 1, 2, \infty$), normes matricielles associées, rayon spectral, norme de Frobenius; conditionnement d'une matrice; série de Neumann, sensibilité de la solution d'un système linéaire par rapport aux perturbations des données.
2. **Calcul numérique des valeurs propres** : motivation et applications; théorème de Bauer-Fike; méthode de la puissance, convergence; itération inverse; décomposition en valeurs singulières (SVD) (motivations et applications), méthode QR, existence d'une SVD, calcul numérique, théorème de Eckart-Young (meilleure approximation d'une matrice de moindre rang).
3. **Résolution numérique d'EDO** : méthodes d'approximation numérique à un pas : schémas numériques explicites, schémas implicites, méthodes de Runge-Kutta; lemme de Gronwall; notions d'ordre de consistance, stabilité, convergence; convergence des méthodes à un pas.

Les 36 heures de TD comportent 10h de TP avec Python.

M66 - Equations différentielles, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours et 36h de TD

Prérequis : M44 - Différentiabilité, Intégrales de fonctions de plusieurs variables ou M52 - Espace vectoriel normé $\mathbb{R}^n$ et fonctions de classe C^1

1. **Introduction aux équations différentielles** : forme générale d'une équation différentielle, cas scalaire et vectoriel; notion d'ordre; condition initiale, problème de Cauchy; définition d'une solution, solution maximale, solution globale; énoncé du théorème de Cauchy-Lipschitz; quelques techniques de résolution explicite (pour les équations linéaires scalaires, d'ordre 1, ou d'ordre 2 à coefficients constants, équations à variables séparées); illustration sur des modèles : datation du carbone 14, équation du pendule, dynamique des populations.
2. **Théorie de Cauchy** : preuve du théorème de Cauchy-Lipschitz pour $y' = F(t, y)$ dans $\mathbb{R}^n$; applications à l'étude qualitative (non-intersection des graphes de solutions, théorème d'explosion en temps fini); exemples d'études qualitatives (points d'équilibre, portrait de phase), exemples du mouvement du pendule, système de Lotka-Volterra.
3. **Équations différentielles linéaires** : solutions des équations linéaires scalaires; lemme de Grönwall; théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire; structure de l'ensemble des solutions, Wronskien, méthode de variation des constantes; équations différentielles linéaires d'ordre n ; équations à coefficients constants; portraits de phase de $Y' = AY$ dans $\mathbb{R}^2$, où A est une matrice à coefficients constants.

Les 33 heures de TD comportent 10h de TP avec Python.

M67 - Mécanique du système solaire et spatiale, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours et 36h de TD

Cette UE d'astronomie permet d'aborder les mathématiques de manière concrète, ce qui la rend notamment utile pour l'enseignement de cette discipline, ainsi que comme initiation à la modélisation.

Objectifs :

- décrire le mouvement apparent des astres (Soleil, étoiles, planètes) sur le ciel, et applications à la vie quotidienne ;
- donner les bases de la mécanique céleste avec des applications aux objets du système solaire et à la navigation spatiale ;

Éléments du programme :

- repérage sur la sphère céleste, trigonométrie sphérique élémentaire, levers et couchers des astres, mouvement apparent du Soleil et applications (mesure du temps, saisons, cadran solaire, etc) ;
- problème des deux corps, sphère d'influence, tremplin gravitationnel, trajectoires des sondes spatiales, points de Lagrange ;

M68 - Histoire des mathématiques, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours et 36h de TD

1. Les grecs et le concept “géométrique” de limite :

- l'école pythagoricienne et le concept de “grandeur incommensurable” ;
- Aristote et l'infini ;
- la méthode d'exhaustion : Euclide et Archimède.

2. Les XVII^e et XVIII^e siècles :

- Les paradoxes de l'infini chez Galilée ;
- la méthode des indivisibles de Cavalieri pour le calcul d'aire ;
- les précurseurs du calcul infinitésimal : la méthode de l'adégalisation de Fermat et la méthode des tangentes de Descartes ;
- Leibniz, Newton et l'émergence du calcul ;
- problèmes de rigueur dans le calcul infinitésimal chez Euler et Lagrange.

3. Le XIX^e siècle :

- l'arithmétisation de l'analyse : Cauchy, Riemann, Weierstrass et les nouvelles définitions de “fonction”, “limite”, “dérivée” et “intégrale” ;
- Cantor : la cardinalité ; ensembles “dénombrables” et “continus” ; les premiers paradoxes de la théorie des ensembles ;
- la construction axiomatique des nombres réels : les “coupures” de Dedekind et les “suites fondamentales” de Cantor.

Références :

- [1] A. Dahan-Dalmedico, J. Peiffer, *Une histoire des mathématiques*, Ed. du Seuil, Paris, 1986.
- [2] P. Dugac, *Histoire de l'analyse moderne*, Paris, 2003.
- [3] M. Kline, *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, New York, Oxford Univ. Press, 1972.

[4] A. Szabo, *Les débuts des mathématiques grecques*, Paris, Vrin, 1977.

M69 - Fonctions d'une variable complexe, [6 ECTS]

Horaire : 18h de cours et 36h de TD

Prérequis : M34 - Topologie dans $\mathbb{R}^n$ et continuité, M44 - Différentiabilité, Intégrales de fonctions de plusieurs variables

1. **Analyticité et holomorphie** : rappels sur les séries entières : étude dans le cadre complexe, séries entières des fonctions usuelles ; notions de $\mathbb{C}$ -dérivabilité dans un ouvert ; la somme d'une série entière est $\mathbb{C}$ -dérivable sur l'intérieur de son disque de convergence ; une fonction est $\mathbb{C}$ -dérivable si et seulement si elle est différentiable et sa différentielle est $\mathbb{C}$ -linéaire ; opérateurs ∂ , $\bar{\partial}$ et règles de calculs ; définition de l'holomorphie.
2. **Propriétés des fonctions holomorphes** : retombées classiques du théorème fondamental : rayon de convergence du développement en un point, équivalence entre holomorphe et analytique, représentation intégrale des dérivées, inégalités de Cauchy, théorème de Liouville ; principe des zéros isolés ; théorème d'inversion locale holomorphe ; étude locale d'une fonction holomorphe au voisinage d'un zéro ; principe du maximum ; lemme de Schwarz ; application à la description des automorphismes du disque unité.
3. **Primitives** : primitives holomorphes, lemme de Morera ; existence de primitives locales et sur un ouvert étoilé, logarithmes ; notion d'indice d'un point par rapport à un chemin.
4. **Singularités et résidus** : singularités isolées, développement en série de Laurent, classification des singularités ; théorème de Weierstrass sur les singularités isolées effaçables, théorème de Casorati-Weierstrass sur les singularités essentielles ; théorème des résidus ; calculs d'intégrales par les résidus ; décomptes des zéros et pôles, théorème de d'Alembert, théorème de Rouché.

BCC 5 : Construire son projet professionnel...

Le BCC 5 - Construire son projet professionnel du semestre 5 est constitué d'une UE d'anglais et d'une UE à choisir parmi Renforcement Topologie et calcul différentiel, Soutien en Maths aux futurs professeurs des écoles, Devoirs Faits, Stage en entreprise ou laboratoire, Transition Écologique et Développement Soutenables et Technique d'Expression Écrite et Orale (TEC).

L'UE Renforcement intégration-probabilités est obligatoire pour tous les étudiants qui suivent l'UE M61 - Topologie dans les espaces métriques.

Ce BCC se compose de :

Anglais, [3 ECTS]

Horaire : 18 heures

L'enseignement de l'anglais au semestre 6 poursuit la préparation aux compétences de communication scientifique, avec un accent particulier sur la vulgarisation et la présentation orale en groupe. À travers des projets collaboratifs, les étudiants apprennent à expliquer des concepts mathématiques à un public non spécialiste et à développer leur aisance dans des contextes semi-professionnels.

Compétence principale : expression orale en groupe et vulgarisation de contenus scientifiques. À la fin du semestre, les étudiants seront capables de :

- Collaborer efficacement en anglais pour préparer et réaliser une présentation orale ;

- Présenter un sujet mathématique appliqué de manière claire, structurée et accessible ;
- Expliquer un projet de recherche à travers un support visuel (poster numérique) ;
- Rédiger un texte argumentatif ou explicatif lié à un thème scientifique ;

UE Projet Étudiants, une U.E. au choix parmi les suivantes :

UEPE - Renforcement Topologie et calcul différentiel, [3 ECTS]

Horaire : 36h TD

Cette UEPE ne peut être choisie et ne doit être choisie que par les étudiants qui suivent l'UE M61 - Topologie dans les espaces métriques, notamment les étudiants du parcours renforcé recherche.

UEPE - Devoirs faits, [3 ECTS]

Les étudiants se rendent, pendant une année universitaire, une fois par semaine, pour 20 séances, au collège Miriam Makeba (Métro Porte d'Arras, Lille). Les séances de tutorat durent 1 heure. Des enseignants du collège accueillent les étudiants et leur attribuent un petit groupe d'élèves, qui peut ne pas toujours être le même selon les situations. Les étudiants sont encadrés par un enseignant universitaire (enseignant référent). Ils lui présentent le travail effectué auprès des collégiens sous forme d'un mémoire (écrit en $\text{\LaTeX}$) et d'un exposé oral.

UEPE - TEC, [3 ECTS]

- Se préparer au processus de recrutement et comprendre ses enjeux (en premier lieu, recherche de stage)
- Optimiser les compétences rédactionnelles de l'étudiant sur les écrits professionnels (CV, lettre de motivation, mails professionnels).
- Fortifier ses compétences en communication orale : prise de parole en public (entretien d'embauche, réunion formelle ou informelle).
- Acquérir les bases de la communication en milieu professionnel : se préparer à être un cadre convaincant et aiguïser son esprit critique.
- Apprendre à construire un discours structuré et convaincant : développer son analyse, son esprit de synthèse et sa capacité à organiser des éléments de langage.

UEPE - Soutien en Maths aux futurs professeurs des écoles, [3 ECTS]

Horaire : 10 séances de tutorat de 1h30

- Objectifs : Fournir une expérience aux étudiants intéressés à découvrir l'enseignement des Mathématiques en primaire. Il s'agit d'aider des étudiants de licence littéraire à comprendre leurs cours de Mathématiques. Cet enseignement s'effectue dans le cadre de l'option transversale "Professorat des écoles" du campus Pont de Bois.
- Compétences visées : Apprendre à transmettre des connaissances, à identifier des problèmes de compréhension, et à aider des étudiants à progresser en mathématiques.

- Déroulement de l’UE : Les étudiants qui choisissent cette UEPE donnent 10 séances de tutorat auprès d’étudiants en L2 ou L3 qui suivent une option pour devenir professeur des écoles. Le programme des mathématiques est celui du primaire et du collège. Les séances de tutorat durent 1h30 et ont généralement lieu à Pont de Bois, une fois par semaine. Chaque étudiant en Mathématiques est responsable d’un petit groupe d’étudiants (1 à 3 environ, toujours les mêmes). Il est encadré par un enseignant de Mathématiques intervenant dans l’option transversale “Professorat des écoles”. Chaque semaine, les étudiants de L3 mathématiques remplissent un tableau en ligne avec ce qu’ils ont fait et les difficultés des étudiants.

UEPE - Stage en entreprise ou labo, [3 ECTS]

Objectifs :

1. S’impliquer dans une entreprise pendant 6 à 12 semaines et acquérir une première expérience professionnelle.
2. Affiner son projet professionnel, confirmer ou infirmer son choix de s’orienter vers un secteur professionnel donné.
3. Découvrir, en situation concrète, les réalités de l’entrepreneuriat.

Compétences visées :

1. Savoir rédiger un CV et une lettre de motivation, répondre à des annonces et faire une candidature spontanée, et avoir une première expérience des entretiens de recrutement en présentiel ou en vidéo.
2. Approfondir ses connaissances du monde professionnel et les confronter à la réalité.
3. Savoir mettre en œuvre, dans des situations concrètes, les savoirs et compétences apprises en licence.
4. Savoir s’impliquer dans le fonctionnement d’une entreprise et posséder les savoir-être utiles en milieu professionnel.
5. Être capable de discerner différentes problématiques du fonctionnement d’une entreprise, de les comprendre et d’en présenter une de façon approfondie.
6. Savoir présenter oralement un secteur professionnel, une entreprise, des activités et une problématique.
7. Savoir rédiger sur ces sujets un rapport en français et en anglais.

Remarque : Ce stage doit avoir été effectué durant l’été précédent la L3 et doit avoir fait l’objet d’une convention entre l’entreprise et l’université avant d’être effectué.

Séminaires professionnels + TeX, [0 ECTS]

Horaire : 8h de TD/TP

Objectif :

Au cours du semestre, les étudiants assisteront à des séminaires données par des professionnels extérieurs pour les familiariser avec le monde de l’entreprise en lien avec les débouchés des masters vers lesquels les étudiants s’orienteront à l’issue de leur licence.

Cette unité d’enseignement vise à fournir aux étudiants les compétences nécessaires pour créer des documents scientifiques et techniques de haute qualité en utilisant $\text{\LaTeX}$. À la fin de cette unité, les étudiants seront capables de :

1. **Comprendre les bases de $\text{\LaTeX}$:**
 - Comprendre la structure de base d’un document $\text{\LaTeX}$.

- Utiliser des commandes et des environnements de base pour structurer un document.
- 2. **Rédiger des documents académiques :**
 - Créer des articles, rapports, et présentations avec $\text{\LaTeX}$.
 - Utiliser des packages pour améliorer la mise en forme et les fonctionnalités des documents.
- 3. **Manipuler des formules mathématiques :**
 - Écrire des équations et des formules mathématiques complexes.
 - Utiliser des environnements mathématiques pour des présentations claires et professionnelles.
- 4. **Gérer les références bibliographiques :**
 - Utiliser BibTeX pour gérer et citer des références bibliographiques.
 - Créer une bibliographie formatée selon les normes académiques.
- 5. **Personnaliser les documents :**
 - Modifier les styles et les mises en page pour répondre à des exigences spécifiques.
 - Créer des macros et des commandes personnalisées pour automatiser des tâches répétitives.
- 6. **Collaborer efficacement :**
 - Utiliser des outils de collaboration pour travailler sur des documents $\text{\LaTeX}$ en équipe.
 - Partager et commenter des documents $\text{\LaTeX}$ avec des collègues ou des superviseurs.

Contenu du cours :

- **Introduction à $\text{\LaTeX}$:** Présentation générale et premiers pas.
- **Structure d'un document $\text{\LaTeX}$:** Sections, sous-sections, listes et tableaux.
- **Mathématiques avec $\text{\LaTeX}$:** Équations, environnements mathématiques et symboles.
- **Gestion des références :** Utilisation de BibTeX et citation de sources.
- **Personnalisation avancée :** Création de styles personnalisés et utilisation de packages.
- **Collaboration et bonnes pratiques :** Outils de collaboration et conseils pour une rédaction efficace.