MASTER 2 Sciences, Technologies, Santé

Mention Mathématiques

Parcours Agrégation Externe

En co-accréditation avec l'Université d'Artois et

avec l'Université Polytechnique Hauts-de-France,

Année universitaire 2020 – 2021

Laboratoire Paul Painlevé	CNRS UMR 8524-Lille
Laboratoire de Mathématiques LAMAV	UPRES EA 4015-UPHF
Laboratoire de Mathématiques de Lens	UPRES EA 2462-Artois

https://sciences-technologies.univ-lille.fr/les-departements-de-formation/mathematiques/

RESPONSABLE LILLE	Vincent THILLIEZ Université de Lille FST – Département de Mathématiques Cité scientifique 59655 VILLENEUVE D’ASCQ Cedex
SECRETARIAT	Aurore SMETS math-masters2@univ-lille.fr Tel. 03.20.43.42.33

RESPONSABLE VALENCIENNES	Serge NICAISE Université Polytechnique Hauts-de-France LAMAV - ISTV2 Le Mont Houy 59313 VALENCIENNES Cedex 9
SECRETARIAT	Nabila DAIFI nabila.daifi@uphf.fr Tel. 03.27.51.19.01

RESPONSABLE LENS-ARTOIS	Martintxo SARALEGI-ARANGUREN saralegi@euler.univ-artois.fr Tel. 03.21.79.17.20 Université d'Artois Faculté des Sciences Jean Perrin Rue J. Souvraz, SP 18 F-62307 LENS CEDEX

OBJECTIFS

Le parcours Agrégation du Master 2 de Mathématiques a pour objectif principal de préparer les étudiants à passer le concours de l’agrégation externe de mathématiques dans les conditions les plus favorables. Il permet ainsi de consolider et approfondir les connaissances acquises jusqu'en Master 1 et couvrant un large spectre des mathématiques : analyse, algèbre, géométrie, probabilités et statistiques, calcul scientifique et EDP. Il comporte une part importante de préparation spécifique aux épreuves écrites et orales du concours.

DEBOUCHES

Par le biais du concours auquel il prépare, le parcours Agrégation permet d’accéder à la carrière de professeur agrégé dans l’enseignement secondaire ou supérieur (notamment, en classes préparatoires).
Il n’exclut pas la poursuite d’études doctorales donnant ensuite accès aux carrières d'enseignant-chercheur dans l'enseignement supérieur ou de chercheur dans les organismes publics ou les grandes entreprises.

ADMISSIONS

Les modalités relatives à la procédure de candidature sont disponibles sur le site de l’Université de Lille :

https://www.univ-lille.fr/etudes/candidater/ .

Le parcours est une continuation naturelle d’un Master 1 mathématiques mais il peut aussi être accessible sous certaines conditions prévues par les textes légaux régissant le concours (enseignants titulaires de catégorie A, certains diplômes d’ingénieur).
Voir le site du ministère de l'éducation nationale :

http://www.devenirenseignant.gouv.fr/pid33987/enseigner-dans-les-classes-preparatoires-agregation.html

ou contacter le responsable du parcours pour toute information complémentaire.

L'inscription administrative au concours de l'Agrégation est une procédure personnelle et indépendante de l'inscription en master. Elle se fait auprès du service Examens et Concours de l'Académie. La période des inscriptions (généralement en septembre-octobre) peut toutefois varier suivant les années. Il convient de se référer au site officiel pour plus de détails :

http://www.devenirenseignant.gouv.fr/pid33987/enseigner-dans-les-classes-preparatoires-agregation.html .

ORGANISATION DE L'ENSEIGNEMENT

SEMESTRE 3

BCC Maîtriser les concepts des mathématiques (Niveau agrégation 1)	Analyse pour l'agrégation	9 ECTS
	Algèbre fondamentale	12 ECTS
BCC S'initier aux outils des mathématiques et à la médiation scientifique en milieu professionnel (Niveau 2)	Outils Informatiques en Proba.-Stat./ Outils Informatiques en Calcul Scientifique" (selon option au concours)	6 ECTS
	Séminaire d'étudiants en anglais	3 ECTS

SEMESTRE 4

BCC Maîtriser les concepts des mathématiques (Niveau agrégation 2)	Analyse et probabilités	6 ECTS
	Mathématiques générales	6 ECTS
BCC S'initier aux outils des mathématiques et à la médiation scientifique en milieu professionnel (Niveau 2)	Modélisation en Probabilités et Statistiques / Modélisation en Calcul Scientifique (selon option au concours)	6 ECTS
	Leçons et mémoire	12 ECTS

Créneaux hebdomadaires à prévoir :

- S3 – 12 semaines :

Cours d'analyse : 1 créneau de 2 heures

Cours d'algèbre : 1 créneau de 2 heures

Oral : 3 créneaux de 1h30, prévoir 3 demi-journées

Outils numériques : (sera fixé ultérieurement)

Ecrits blancs : 4 vendredis à réserver intégralement (dates à spécifier)

Séminaire d'étudiants : (sera fixé ultérieurement)

- S4 – 12 semaines :

Cours d'analyse-proba : 1 créneau de 2 heures

Cours de maths générales : 1 créneau de 2 heures

Oral : 3 créneaux de 1h30, prévoir 3 demi-journées

Modélisation : 2 h par semaine en salle informatique et le reste en salle de cours

Ecrits blancs : 4 vendredis à réserver intégralement (dates à spécifier)

PROGRAMME DES COURS

2020 - 2021

Les enseignements de ce parcours sont évidemment axés sur l'Agrégation Externe de mathématiques. A ce titre, ils rassemblent des notions de niveau L et M figurant au programme officiel du concours, ainsi que des compléments mettant en œuvre ces notions, notamment si ces compléments sont susceptibles de donner matière à des développements dans les épreuves orales. Ainsi, les contenus mentionnés représentent seulement des grands thèmes dont les contours et prolongements peuvent évoluer avec le programme officiel en vigueur, et s'adapter aux besoins spécifiques des préparationnaires.

- **S3 : Analyse pour l'agrégation – 24h de CM pour la préparation à l'écrit et 36h de TD pour la préparation à l'oral.**

Programme

- Rappels d'intégration : intégrale de Riemann et intégrale généralisée, notions de théorie de la mesure et sur la construction de l'intégrale de Lebesgue, théorème de Beppo Levi, lemme de Fatou, convergence dominée. Fonctions définies par des intégrales dépendant d'un paramètre : continuité, dérivabilité, holomorphie. Théorème de Fubini. Changement de variables.
- Convolution, régularisation, approximations de l'unité et théorèmes de densité.
- Analyse de Fourier : transformation de Fourier dans les espaces L1 et L2. Formule d'inversion, théorème de Plancherel. Séries de Fourier dans les espaces L1 et L2 de fonctions périodiques. Lemme de Riemann-Lebesgue, théorèmes de Dirichlet et Fejér.

Evaluation

Contrôle continu sous forme de 2 DS de 6h.

- **S3 : Analyse fondamentale – 24h de CM pour la préparation à l'écrit et 36h de TD pour la préparation à l'oral.**

Programme

- Rappels d'algèbre linéaire : généralités sur espaces vectoriels et applications linéaires. Réduction des endomorphismes : sous-espaces stables, lemme des noyaux, polynômes annulateurs, polynômes minimal, théorème de Cayley-Hamilton, sous-espaces propres et sous-espaces caractéristiques, diagonalisation, trigonalisation, invariants de similitude, réduction de Jordan, semi-simplicité, décomposition de Dunford.
- Représentations linéaires d'un groupe. Irréductibilité. En dimension finie, exemples de décomposition d'une représentation linéaire en somme directe de sous-représentations. Lemme de Schur. Représentation d'un groupe fini sur un C-espace vectoriel, cas d'un groupe abélien, orthogonalité des caractères irréductibles, groupe dual. Exemples et applications.

Evaluation

Contrôle continu sous forme de 2 DS de 6h.

- **S3 : Outils Informatiques en Proba.-Stat. / Outils Informatiques en Calcul Scientifique (selon option au concours) – 36h de TD**

- *Option A* : Estimation paramétrique, intervalle de confiance. Méthodes de Monte-Carlo. Fonction de répartition empirique. Processus de Poisson. Chaînes de Markov.
- *Option B* : Prise en main de python : rappels et compléments. Résolution de systèmes linéaires : méthodes directes, méthodes itératives. Méthodes de calcul de valeurs propres-vecteurs propres. Résolution d'équations non linéaires. Résolution approchée de l'équation de la chaleur. Différences finies pour l'approximation d'une équation elliptique 1D. Différences finies pour la résolution approchée de l'équation de la chaleur.

Evaluation

Contrôle continu.

- **S3 : Séminaire d'étudiants en anglais**

Le séminaire d'étudiants comprend des séances en anglais basées sur la lecture de livres de mathématiques ou d'articles de recherche. Les étudiants sont amenés à faire des exposés en anglais.

- **S4 : Analyse et probabilités – 24h de CM pour la préparation à l'écrit et 12h de TD pour la préparation à l'oral.**

Programme

- Séries entières, fonctions analytiques, zéros isolés, prolongement analytique et principe du maximum. Fonctions holomorphes : opérateur de Cauchy-Riemann, formule de Cauchy-Pompeiu, analyticité. Singularités isolées, séries de Laurent, fonctions méromorphes, résidus et applications. Primitives, déterminations du logarithme. Convergence des suites de fonctions holomorphes, éléments de topologie sur O (U).
- Distributions : définition, exemples fondamentaux (fonctions localement intégrables, Dirac, valeur principale de 1/x ...). Opérations sur les distributions : multiplication par une fonction lisse, dérivation. Support. Distributions tempérées : espaces S et S', opérations usuelles, convolution d'une distribution tempérée et d'une fonction de S, transformation de Fourier dans S'. Notion de solution fondamentale d'un opérateur différentiel à coefficients constants, exemples (opérateur de Cauchy-Riemann, Laplacien, équation de la chaleur...).
- Calcul différentiel : théorème des fonctions implicites, sous-variétés de Rn, extrema liés. Equations différentielles : existence et unicité de solutions (Cauchy-Lipschitz), lemme de Grönwall, théorème des bouts. Cas linéaire : globalité des solutions, wronskien, variation des constantes. Equations autonomes : théorème de redressement, exemple de portraits de phase.
- Exemples d'utilisation de techniques probabilistes en analyse : polynômes de Bernstein, asymptotique de suites, séries entières à coefficients aléatoires...

Evaluation
Contrôle continu sous forme de 2 DS de 6h.

- **S4 : Mathématiques générales – 24h de CM pour la préparation à l'écrit et 12h de TD pour la préparation à l'oral.**

Programme

- Rappels sur les groupes, groupes cycliques, groupes abéliens de type fini, groupe des racines de l'unité, groupe des permutations d'un ensemble fini, groupes classiques, exemples d'actions de groupes. Rappels sur anneaux et corps, anneaux factoriels, anneaux euclidiens, anneaux de polynômes, divisibilité, irréductibilité, extensions de corps, corps finis ...
- Formes bilinéaires et quadratiques sur un espace vectoriel : orthogonalité, isotropie, décomposition de Gauss, théorème de Sylvester. Espaces euclidiens, réduction des endomorphismes symétriques, groupe orthogonal et spécial orthogonal, générateurs, classification en dimension 2 et 3, décomposition polaire dans GL (n,R). Groupe unitaire, spécial unitaire, endomorphismes normaux, décomposition polaire dans GL (n,C).
- Géométries affine et euclidienne : espace affine et espace vectoriel associé, repère affine, groupe affine, groupe des homothétie-translations, affinités. Barycentre,

convexité, points extrémaux. Groupe des isométries d'un espace affine euclidien, classification en dimension 2 et 3. Groupe des isométries laissant stable une partie du plan ou de l'espace. Utilisation des nombres complexes en géométrie plane. Coniques et quadriques.

Evaluation
Contrôle continu sous forme de 2 DS de 6h.

- **S4 : Modélisation en Probabilités et Statistiques / Modélisation en Calcul Scientifique (selon option au concours) – 50h de CTD**

Programme

- *Option A* : Utilisation de lois usuelles pour modéliser certains phénomènes aléatoires. Chaînes de Markov à espace d'états fini ou dénombrable, classification des états, mesure stationnaire (existence et unicité), théorèmes de convergence. Construction du processus de Poisson sur R+ à partir de variables exponentielles, indépendance, stationnarité et loi des accroissements. Espérance conditionnelle, (sur/sous-) martingales à temps discret, temps d'arrêt. Echantillons, moments empiriques, loi et fdr empiriques, intervalles de confiance, estimation. Vecteurs gaussiens. Modèle linéaire Gaussien. Tests paramétriques, test d'ajustement. Exemples.
- *Option B* : Systèmes linéaires, méthodes directes ou itératives, coût et vitesse de convergence. Equations non linéaires, méthodes de Picard et Newton. Intégration numérique et équations différentielles ordinaires : exemples d'utilisation de méthodes d'ordre élevé via les routines proposées par les logiciels. Notions élémentaires sur les EDP en dimension 1 : équations de transport et méthode des caractéristiques, équations des ondes et de la chaleur et analyse de Fourier, aspects qualitatifs élémentaires. Equations elliptiques et théorème de Lax-Milgram. Exemples de discrétisation par la méthode des différences finies : notions de consistance, stabilité, convergence, ordre. Optimisation et approximation : interpolation linéaire par morceaux, interpolation de Lagrange, extrema sans contraintes et algorithme du gradient à pas constant, extrema liés et mise en œuvre numérique, méthode des moindres carrés et applications. Traitement du signal : utilisation de séries de Fourier, de la FFT et mise en œuvre à l'aide des routines proposées par les logiciels.

Evaluation
Contrôle continu sur le modèle des épreuves de modélisation du concours.

- **S4 : Leçons et mémoire – 48h de TD pour la préparation à l'oral**

Programme
Module de préparation à l'oral du concours en analyse et mathématiques générales.

Evaluation
Contrôle continu sur la base des leçons d'agrégation rédigées puis présentées publiquement par les candidats.