Master Mathématiques
—
Première année

2024-2025

`https://sciences-technologies.univ-lille.fr/mathematiques/formation/master-mention-mathematiques/m1-mathematiques`

Responsable Master 1 : **Olivier Serman**
Département de mathématiques, bâtiment M2, bureau 306
Faculté des sciences et technologies, Université de Lille
Adresse électronique : olivier.serman@univ-lille.fr

Secrétariat pédagogique : **Virginie Grard**
Département de mathématiques, bâtiment M2, bureau 10
Faculté des sciences et technologies, Université de Lille
Adresse électronique : math-masters1@univ-lille.fr

Objectifs scientifiques et/ou professionnels de la mention

Le Master Mathématiques est une formation académique classique qui jouit d'une longue expérience.

Les différents objectifs de la formation peuvent se décliner comme suit :
- fournir un bagage solide et de haut niveau en mathématiques,
- initier à la recherche,
- permettre, dans certains cas, une insertion professionnelle immédiate,
- apporter des compléments pour les étudiants souhaitant préparer le concours de l'agrégation.

Le Master Mathématiques prépare aux fonctions d'enseignant (concours de l'agrégation externe et/ou spéciale) et de chercheur. Par sa poursuite en doctorat, le Master permet d'envisager une carrière comme enseignant-chercheur en mathématiques dans l'enseignement supérieur, ou de chercheur dans un laboratoire de recherche public ou privé et, plus généralement, dans des sociétés de services ayant besoin de mathématiciens.

Admission

Le recrutement en M1 s'effectue auprès des étudiants sortant des licences de mathématiques des universités françaises mais également auprès d'étudiants étrangers, via des programmes Erasmus ou interuniversitaires. Les étudiants de l'École centrale de Lille sont également susceptibles d'être accueillis pour tout ou partie de la mention.

Les étudiants titulaires d'une licence de mathématiques (ou d'un titre équivalent), ou inscrits en troisième année de licence (ou formation équivalente) peuvent présenter un dossier de candidature pour le M1 Mathématiques via la plate-forme nationale de candidature

`www.monmaster.gouv.fr`

(la phase de dépôt des candidatures pour la rentrée 2024 s'étant déroulée **du 26 février au 24 mars 2024**). Cette plate-forme ne concerne pas les candidats de nationalité étrangère dont le pays de résidence est couvert par le dispositif *Études en France*, qui doivent candidater via ce dispositif.

L'admission est subordonnée à l'examen du dossier de candidature, et conditionnée aux capacités d'accueil du M1 Mathématiques.

Compte tenu de la diversité en termes de contenu des licences au niveau national, un aménagement du cursus peut éventuellement être proposé. Les étudiants n'ayant pas le titre requis et les titulaires d'un diplôme étranger doivent passer par une procédure de validation des acquis.

Le redoublement est soumis à décision du jury. Les « enjambements » entre M1 et M2 ne sont pas autorisés.

Les ingénieurs diplômés de certaines grandes écoles ou les titulaires de l'agrégation externe peuvent aussi présenter un dossier. Les diplômes étrangers sont soumis à validation par la Commission compétente de l'Université concernée.

Poursuite en M2

Les deux parcours de la deuxième année du Master Mathématiques, le parcours « Recherche » et le parcours « Agrégation », sont ouverts de plein droit à tout étudiant ayant validé la première année du Master Mathématiques.

Le parcours « Agrégation » confère un socle de connaissances généralistes de haut niveau en mathématiques. Il intègre à la fois des aspects de mathématiques pures et de mathématiques appliquées, ainsi qu'une préparation spécifique à l'exposé en public et à l'enseignement, à travers les « leçons d'agrégation ». Ce parcours débouche sur les carrières des lauréats du concours de l'agrégation externe de mathématiques : professeurs agrégés de l'enseignement secondaires, PRAG, professeurs en CPGE ou BTS. Au-delà de cette visée professionnelle bien identifiée, les connaissances fondamentales acquises dans l'optique du concours sont également très appréciables pour les étudiants souhaitant s'orienter ultérieurement vers la recherche.

Le parcours « Recherche » permet l'acquisition de connaissances approfondies dans des thématiques de recherche contemporaines en mathématiques. Les choix des cours proposés permettent de bénéficier d'un premier contact avec des problématiques de recherche en mathématiques, allant des mathématiques pures comme l'algèbre, l'analyse ou la géométrie jusqu'aux mathématiques appliquées comme l'analyse numérique, les équations aux dérivées partielles, les probabilités ou les statistiques. Cette formation représente donc une option privilégiée pour poursuivre en doctorat en mathématiques fondamentales ou appliquées.

Bourses d'excellence

Des bourses d'excellence peuvent être attribuées, sur critères académiques, pour l'année de M1 et pour l'année de M2, parcours Recherche.

Ces bourses sont proposées par le Programme Gradué « Information and Knowledge Society ».

Les candidatures à ces bourses sont indépendantes de la candidature au master.

Études et handicap

L'université propose des aménagements pédagogiques spécifiques pour accueillir et accompagner les étudiants en situation de handicap.

Pour que ces aménagements puissent être mis en place dans les meilleurs délais, il est très important de vous signaler le plus tôt possible auprès des bureaux de la vie étudiante handicap (BVEH) à l'adresse vie.etudiante-handicap@univ-lille.fr .

Les aides proposées peuvent être humaines ou techniques et, selon la situation, les aménagements d'examen peuvent être la majoration du temps de composition (tiers-temps), l'adaptation des sujets d'examens, la mise à disposition d'un secrétariat d'examen ou la mise en place d'une composition sur ordinateur portable. Vous trouverez plus d'informations sur la page internet études et handicap :
`https://www.univ-lille.fr/vie-des-campus/etudes-et-handicap/`

Commission pédagogique paritaire (CPP)

La CPP réunit une fois par semestre les étudiants, les enseignants et le secrétariat pédagogique en charge de la formation. Son rôle est de faire le bilan des enseignements et de l'organisation et de suggérer des améliorations à y apporter.

BDE Mathématiques Lille

Voici les coordonnées du bureau des étudiants du département de mathématiques :
Local : M1-302 (accès uniquement par escalier)
Mail : bde.maths.lille@gmail.com
Instagram : bde_maths_lille
Il espère vous retrouver tout au long de l'année via ses animations et activités, en particulier le jeudi 12 septembre lors de la Jivé.
Le BDE Mathématiques vous souhaite une bonne rentrée.

Organisation du cursus

Les enseignements sont organisés en Blocs de connaissances et de compétences (BCC) et découpés en Unités d'enseignement (UE).

Pour chaque semestre, il y a compensation automatique à l'intérieur des BCC mais pas entre les BCC. Il n'y a pas de compensation automatique entre les semestres.

Semestre 1

BCC 1 « Maîtriser les concepts des mathématiques (niveau général) »

L'étudiant choisit 3 UE parmi 4. Chaque UE comprend 33h de cours et 48h de travaux dirigés réparties sur 11 ou 12 semaines et compte pour 9 ECTS. Les intitulés des UE du semestre 1 sont

- Analyse,
- Géométrie différentielle,
- Groupes et géométrie,
- Probabilités.

Évaluation : pour chacune de ces UE, l'évaluation est basée sur un devoir maison et deux épreuves écrites surveillées, un devoir surveillé de 2 heures et un examen de 3 heures. Ce devoir maison et ces deux épreuves écrites donnent lieu à trois notes sur 20, respectivement DM, DS et E1. La note de contrôle continu est donnée par $\mathrm{CC} = (\mathrm{DM} + 2\mathrm{DS})/3$ et la note finale de l'UE se calcule suivant la formule

$$\max(\mathrm{E1}, (\mathrm{E1} + \mathrm{CC})/2).$$

Le rattrapage consiste en une épreuve donnant une note E2 sur 20. Cette épreuve pourra être organisée sous forme écrite ou orale. La note de seconde session est obtenue en remplaçant E2 par E1 dans la formule précédente.

BCC 2 « Préparer son insertion professionnelle – Connaître les métiers des mathématiques »

L'étudiant suit également une UE Projet de l'Etudiant (UE PE), qui compte pour 3 ECTS. Cette UE est choisie parmi deux propositions, selon le projet professionnel

- 3A = préparation au concours ENS cycle master
- Workshop = séminaire d'étudiants

Évaluation : cette UE donne lieu à une note sur 20 attribuée sur la base d'un contrôle continu.

Semestre 2

BCC 1 « Maîtriser les concepts des mathématiques (niveau approfondi) »

L'étudiant choisit 3 UE parmi 5. Chaque UE comprend 24h de cours et 24h de travaux dirigés, réparties sur 12 semaines, et compte pour 6 ECTS. Les intitulés des UE du semestre 2 sont

- Analyse complexe,
- Analyse numérique pour les EDP,
- Probabilités et statistiques,
- Théorie de Galois,
- Topologie algébrique.

Évaluation : pour chacune de ces UE, l'évaluation est basée sur un devoir maison et deux épreuves écrites surveillées, un devoir surveillé de 2 heures et un examen de 3 heures. Ce devoir maison et ces deux épreuves écrites donnent lieu à trois notes sur 20, respectivement DM, DS et E1. La note de contrôle continu est donnée par $\mathrm{CC} = (\mathrm{DM} + 2\mathrm{DS})/3$ et la note finale de l'UE se calcule suivant la formule

$$\max(\mathrm{E1}, (\mathrm{E1} + \mathrm{CC})/2).$$

Le rattrapage consiste en une épreuve donnant une note E2 sur 20. Cette épreuve pourra être organisée sous forme écrite ou orale. La note de seconde session est obtenue en remplaçant E2 par E1 dans la formule précédente.

BCC 3 « S'initier aux outils des mathématiques et à la médiation scientifique en milieu professionnel (niveau 1) »

Ce BCC comprend 4 UE obligatoires comptant chacune pour 3 ECTS :

- un travail encadré de recherche (TER) avec rédaction d'un mémoire et soutenance orale,
- une UE « Anglais mathématique » (24h de TD),
- une UE « Outils pour les professionnels des mathématiques » (12h cours, 12h TD),
- une UE d'ouverture (12h de cours, 12h de TD), à choisir parmi
  - Éléments d'histoire et d'épistémologie des mathématiques,
  - Informatique.

Évaluation : chaque UE donne lieu à une note sur 20, attribuée en contrôle continu pour Anglais mathématique, OPM et l'UE d'ouverture. La note sur 20 du TER est attribuée après la soutenance orale.

Semestre 1

BCC	UE	Matières	ECTS
BCC1	Choix de 3 UE parmi 4	Analyse	9
		Géométrie différentielle	9
		Groupes et géométrie	9
		Probabilités	9
BCC2	Choix d'1 UE parmi 2	3A	3
		Workshop	3

Semestre 2

BCC	UE	Matières	ECTS
BCC1	Choix de 3 UE parmi 5	Analyse complexe	6
		Analyse numérique pour les EDP	6
		Probabilités et statistiques	6
		Théorie de Galois	6
		Topologie algébrique	6
BCC3	UE obligatoires	TER	3
		Anglais mathématique	3
		OPM	3
	Choix d'1 UE parmi 2	Éléments d'histoire et d'épistémologie des mathématiques	3
		Informatique	3

Enseignants 2024/25

UE	Cours	TD
Analyse		
Géométrie différentielle		
Groupes et géométrie		
Probabilités		
3A		
Workshop		
Analyse complexe		
Analyse numérique des EDP		
Probabilités et Statistiques		
Théorie de Galois		
Topologie algébrique		
Anglais mathématique		
OPM		
Histoire des maths		
Informatique		

Calendrier (prévisionnel) 2024/25

Réunion de rentrée : lundi 2 septembre, 10h
(salle Borel, bâtiment M1)

Premier semestre

Début des cours : lundi 2 septembre

Interruption pédagogique : semaine du 28 octobre

DS : semaine du 4 novembre (à confirmer)

Semaine de révisions : semaine du 9 décembre

Examens : semaine du 16 décembre (à confirmer)

Vacances de Noël : du lundi 23 décembre au dimanche 5 janvier

Second semestre

Début des cours : lundi 6 janvier

Vacances de février : du lundi 17 février au dimanche 23 février

Examens : semaines des 28 avril, 5 mai, 12 mai

Vacances de printemps : du lundi 7 avril au dimanche 20 mai (lundi 21 mai : lundi de Pâques)

Soutenances des TER : semaines du 19 mai et/ou du 26 mai (à confirmer)

Épreuves de seconde session

Examens de seconde session du premier semestre : du lundi 2 au samedi 14 juin

Examens de seconde session du second semestre : du lundi 16 au samedi 28 juin

Programme des enseignements

Premier semestre

Analyse

Exemples d'espaces de fonctions

Espace des fonctions continues sur un compact : norme de la convergence uniforme, théorème d'approximation de Weierstrass ; théorème de Stone-Weierstrass (admis) ; théorème d'Ascoli. Rappels sur l'espace des applications linéaires continues, traduction en termes d'hyperplans. Espaces L^p : rappels sur l'intégrale de Lebesgue dans $\mathbf{R}^d$, construction des espaces L^p, inégalités de Hölder et de Minkowski, densité des fonctions continues à support compact.

Les théorèmes fondamentaux de l'analyse fonctionnelle
Rappels sur la complétude, exemples d'espaces complets, théorème de Riesz-Fischer et conséquence sur la convergence p.p. d'une sous-suite. Lemme de Baire, théorème de Banach-Steinhaus, théorème de l'application ouverte, théorème d'isomorphisme de Banach ; applications. Notions élémentaires sur la convexité et théorème de Hahn-Banach.

Espaces de Hilbert

Rappels du programme de licence sur les espaces préhilbertiens (produit scalaire, familles orthonormales...). Espaces de Hilbert, projection sur un convexe fermé, somme directe orthogonale, bases hilbertiennes dans le cas séparable, exemple des séries de Fourier de fonctions de L^2. Dualité, théorème de représentation de Riesz.

Transformation de Fourier

Produit de convolution $f * g$ avec $f \in L^1$ et $g \in L^p$ $(p \geqslant 1)$. Continuité des translations dans L^p, approximations de l'unité, régularisation. Transformation de Fourier sur L^1 : définition, propriétés élémentaires, transformée d'un produit de convolution. Lemme de Riemann-Lebesgue. Formule d'inversion. Transformation de Fourier-Plancherel sur L^2.

Distributions tempérées

Espace de Schwartz $\mathcal{S}$ et distributions tempérées. Opérations : multiplication par une fonction lisse, dérivation. Exemples classiques (Heaviside, Dirac, ln, vp$(1/x)$...). Transformation de Fourier sur $\mathcal{S}$ et sur $\mathcal{S}'$. *L'application à l'étude de l'équation de la chaleur et de l'équation de Laplace doit être vue, au moins en TD.*

- Cours :
- TD :

∞ ∞ ∞

Géométrie différentielle

Sous-variétés

Rappels de calcul différentiel (théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites, théorème du rang constant).

Sous-variétés de $\mathbf{R}^n$: définitions équivalentes (graphe, paramétrage, redressement, fonction implicite). Espace tangent. Gradient. Exemples fondamentaux.

Extrema liés sur les sous-variétés, multiplicateurs de Lagrange.

Systèmes dynamiques

Champs de vecteurs dans $\mathbf{R}^n$. Flot d'un champ de vecteurs. Théorème de redressement. Linéarisation aux points critiques.

Systèmes dynamiques. Stabilité et fonctions de Liapounov. Théorème de Poincaré-Bendixon.

Degré et applications

Théorème de Morse-Sard. Sous-variétés à bord, orientabilité.

Degré, applications : théorème de Brouwer, théorème de la sphère chevelue.

- Cours et TD :

$\infty\ \infty\ \infty$

Groupes et géométrie

Compléments sur les groupes

Groupes abéliens de type fini (avec démonstration).

Sous-groupe dérivé, abélianisé, suite dérivée, notion de groupe résoluble. Un groupe fini est résoluble si et seulement si il admet une suite de sous-groupes $G = G_0 \supset G_1 \supset \cdots \supset G_n = \{e\}$ avec G_i distingué dans G_{i-1} et G_i/G_{i-1} cyclique. Exemples et contre-exemples : groupes abéliens, sous-groupes des matrices triangulaires, les groupes simples résolubles sont d'ordre premier, p-groupes, groupes symétriques, groupes alternés...

Caractères (multiplicatifs), groupe dual. Cas des groupes abéliens : base de $L^2(G)$, transformée de Fourier, convolution.

Étude du groupe linéaire : générateurs, sous-groupe dérivé, simplicité de $\mathbf{PSL}(n, k)$ (si $n \geqslant 3$ ou card$k \geqslant 4$).

Représentations linéaires des groupes finis

Représentations linéaires d'un groupe fini (sur un espace vectoriel de dimension finie sur le corps des complexes), sous-représentations, morphismes de représentations. Exemples (représentations de permutation, régulière...).

Représentations irréductibles, décomposition, lemme de Schur.

Caractères, orthogonalité, fonctions centrales. Décomposition de la représentation régulière en somme de représentations irréductibles. Table de caractères. Caractérisation des groupes abéliens finis.

Caractères de groupes de petit cardinal. Lien avec la géométrie (groupes des polyèdres).

Intégralité des caractères. Le degré d'une représentation irréductible divise l'ordre du groupe.

Formes quadratiques et groupes orthogonaux en dimension finie

Formes bilinéaires, vecteurs isotropes, sous-espaces isotropes, orthogonal, rang. Groupe orthogonal associé à une forme non dégénérée.

Classification des formes quadratiques : bases orthogonales. Classification sur $\mathbf{C}$ (et plus généralement sur un corps algébriquement clos), sur $\mathbf{R}$, sur un corps fini.

Groupe orthogonal euclidien : générateurs, centre, commutateurs. Simplicité de $\mathbf{SO}(3, \mathbf{R})$. Quaternions et isomorphismes exceptionnels : quotients $\mathbf{SU}(2) \longrightarrow \mathbf{SO}(3, \mathbf{R})$, $\mathbf{SU}(2) \times \mathbf{SU}(2) \longrightarrow \mathbf{SO}(4, \mathbf{R})$ (et non-simplicité de $\mathbf{PSO}(4, \mathbf{R})$). Décomposition polaire dans $\mathbf{GL}(n, \mathbf{R})$. Le groupe orthogonal $\mathbf{O}(n, \mathbf{R})$ est un compact maximal de $\mathbf{GL}(n, \mathbf{R})$.

Groupe unitaire et décomposition polaire dans $\mathbf{GL}(n, \mathbf{C})$.

Cas général : plans hyperboliques, sous-espaces hyperboliques, lagrangiens, théorème de Witt. Générateurs et centre de $\mathbf{O}(q)$.

- Cours :
- TD :

$\infty \infty \infty$

Probabilités

Rappels de théorie de la mesure, intégration et probabilités.

Convergence des variables aléatoires : lemme de Borel-Cantelli, convergences ps, L^p, en probabilité et en loi, liens entre ces convergences, tension.

Convolution et fonctions caractéristiques : somme de v.a., convolution de mesures, fonction caractéristique, théorème de Lévy.

Espérance conditionnelle : théorème de Radon-Nikodym, espérance conditionnelle, interprétation L^2, propriétés, liens avec la loi conditionnelle (cas discret et à densité).

Vecteurs gaussiens : définition et propriétés, théorème de Cochran et applications, modèle linéaire gaussien.

Martingales : théorème d'arrêt, inégalité de Doob, théorème de convergence des martingales bornées dans L^2, théorème de convergence des sous-martingales majorées.

- Cours :
- TD :

$\infty \infty \infty$

3A 2023-2024

Le module 3A s'adresse aux futurs candidats à certains concours, notamment le concours cycle master de l'ENS Rennes ou l'agrégation externe de mathématiques.

Par son volume horaire, le module ne constitue évidemment pas une préparation complète à ces concours : son but est de revisiter et d'approfondir quelques notions du programme de Licence qui doivent être parfaitement maîtrisées en vue des épreuves écrites ou orales, et qui, de ce fait, représentent très souvent un écueil pour les candidats. Ces notions seront revues au fil de la résolution d'exercices en travaux dirigés, avec les rappels et compléments de cours nécessaires.

L'année universitaire 2023-2024 sera consacrée à des thèmes d'analyse pris parmi les sujets suivants :

- problèmes d'interversion de limites et d'intégrales,
- comportement du reste ou des sommes partielles de séries numériques,
- développements asymptotiques de suites et de fonctions,
- intégrale de Lebesgue et son utilisation en analyse élémentaire.

L'évaluation sera basée sur un travail de rédaction. Celle-ci pourra porter sur la démonstration d'un théorème fondamental et de ses corollaires, l'approfondissement d'un résultat, ou encore la construction d'un exemple important.

- Cours et TD : Vincent Thilliez

∞ ∞ ∞

Workshop 2023-2024

Il s'agit d'un séminaire de lecture sur un sujet qui conduit à des thèmes de recherche mathématique. Le travail demandé comprend un exposé de présentation détaillée d'un sujet pour les participants du module, puis la préparation d'une présentation courte dont on fera une captation vidéo. Les enregistrements seront mis à disposition pour le Master sur la plateforme moodle de l'université.

Le sujet proposé pour cette année est la théorie des algèbres de Lie et ses applications, un sujet de recherche central et très actif en mathématiques. Les algèbres de Lie sont des structures, des analogues infinitésimaux des groupes, que l'on retrouve dans de multiples domaines. Formellement, une algèbre de Lie est définie par la donnée d'un espace vectoriel $\mathfrak{g}$ muni d'une opération bilinéaire $[-,-] : \mathfrak{g} \times \mathfrak{g} \to \mathfrak{g}$, appelée crochet de Lie, antisymétrique, et qui vérifie l'identité de Jacobi $[x,[y,z]] = [[x,y],z] + [y,[x,z]]$. L'espace des matrices $n \times n$, muni du commutateur $[A,B] = AB - BA$, forme un exemple fondamental d'algèbre de Lie. D'autres exemples, qui interviennent en géométrie différentielle et en analyse variationnelle, sont fournis par les algèbres de champ de vecteurs sur une variété. De nombreux problèmes d'évolution se formalisent en termes d'équations différentielles $\xi'(t) = [H, \xi(t)]$ faisant intervenir une structure donnée par un crochet de Lie $[-,-]$.

Le programme du workshop comprendra, après une courte introduction de la théorie par l'enseignant, un choix d'exposés diversifiés, qui pourront porter sur la théorie elle-même ou sur des applications. L'un des buts possible du workshop pourra être la classification des algèbres de Lie semi-simples complexes. Les exposés pourront aussi porter sur la correspondance entre les algèbres de Lie et les groupes. Un autre sujet possible est la théorie des représentations des algèbres de Lie.

Bibliographie

Les livres [1,2] pourront servir de base pour les exposés. L'ouvrage [3] est plus complet sur les relations avec la théorie des groupes, mais est également plus avancé.

1. K. Erdmann, M. Wildon, Introduction to Lie algebras. Springer Undergraduate Mathematics Series. Springer-Verlag, 2006.
2. W. Fulton, J. Harris, Representation theory. A first course. Graduate Texts in Mathematics, 129. Readings in Mathematics. Springer-Verlag, 1991.
3. A. Knapp, Lie groups beyond an introduction. Second edition. Progress in Mathematics, 140. Birkhäuser Boston, 2002.

- Enseignant :

$\infty\ \infty\ \infty$

Second semestre

Analyse complexe

Fonctions holomorphes

Brefs rappels du programme de licence sur les fonctions holomorphes. Automorphismes du disque. Principe de l'argument. Logarithme complexe.

Suites de fonctions holomorphes

Théorème de convergence de Weierstrass. Théorème de Hurwitz. Topologie de la convergence uniforme sur tout compact. Théorème de Montel, description des parties compactes de $\mathrm{Hol}(\mathbf{D})$.

Méthodes constructives

Fonctions holomorphes définies par une intégrale, séries et produits infinis de fonctions holomorphes, exemples (fonction Γ, fonction ζ...). Théorème de Weierstrass sur la construction de fonctions holomorphes à zéros prescrits, écriture d'une fonction méromorphe comme quotient de fonctions holomorphes.

Représentation conforme

Biholomorphismes. Théorème de représentation conforme de Riemann.

- Cours et TD :

$\infty \infty \infty$

Analyse numérique pour les EDP

Étude théorique des EDP linéaires (18h CM, 18h TD)

Présentation des équations de Laplace et de la chaleur. Quelques aspects qualitatifs de leurs solutions (unicité, principe du maximum, résolution sur domaines particuliers).

Méthode de différences finies : schémas différences finies ; principe de la méthode des différences finies ; consistance, stabilité et convergence.

Résolution de grands systèmes linéaires provenant de la discrétisation d'une EDP (6h CM, 6h TD)

Cadre général des méthodes de projection.

Méthodes de la plus forte pente et gradient conjugué.

Méthode des sous-espaces de Krylov : Arnoldi, FOM, GMRES, Lanczos, BiCGStab.

- Cours :
- TD :

$\infty \infty \infty$

Probabilité et statistiques

Chaîne de Markov à temps discret et espace dénombrable : calcul matriciel, propriété de Markov forte, caractérisation des états, mesures invariantes, Théorème ergodique, convergence en loi vers la loi stationnaire.

Estimation paramétrique : méthode des moments, maximum de vraisemblance.

Propriétés des estimateurs : exhaustivité, estimateur de variance minimale, borne de Cramer Rao, consistance, normalité.

Intervalle de confiance asymptotique ou non.

Fonction de répartition empirique : théorème de Glivenko-Cantelli, loi de Kolmogorov-Smirnov.

Test paramétrique : test du rapport de vraisemblance, test du χ^2, test de Kolmogorov-Smirnov.

- Cours et TD :

∞ ∞ ∞

Théorie de Galois

Extension de corps, degré, élément algébrique, entier, transcendant. Somme et produit d'éléments algébriques, d'éléments entiers. Extensions algébriques, transcendantes. On fera les rappels nécessaires sur l'arithmétique de $k[X]$.

Constructibilité à la règle et au compas (condition nécessaire, application aux problèmes de l'antiquité). Ce point pourra être vu en TD.

Rappels de L3 : corps de rupture, corps de décomposition, corps finis.

Clôture algébrique. $\mathbf{C}$ est algébriquement clos.

Racines de l'unité, polynômes cyclotomiques (irréductibilité), corps cyclotomiques.

Corps quadratiques. Anneaux d'entiers des corps quadratiques : décomposition des nombres premiers. Loi de réciprocité quadratique. Entiers de Gauss et théorème de deux carrés.

Théorème de l'élément primitif (en caractéristique nulle, et sur les corps finis).

Correspondance de Galois (en caractéristique nulle, et sur les corps finis). Exemples de calculs de groupes de Galois.

Applications : résolution des équations par radicaux, constructibilité à la règle et au compas (caractérisation des nombres constructibles, caractérisation des polygones constructibles).

- Cours :
- TD :

∞ ∞ ∞

Topologie algébrique

Éléments de topologie générale (séparation, compacité, connexité, topologie quotient). Actions de groupes par homéomorphismes.

Homotopie. Groupe fondamental. Théorème de Van Kampen.

Homologie singulière. Suite exacte de Mayer-Vietoris. Homologie des sphères. Théorème de séparation de Jordan-Brouwer.

- Cours et TD :

∞ ∞ ∞

TER

Le travail encadré de recherche (TER) offre la possibilité de s'initier à la démarche d'un chercheur en mathématiques, permettant en particulier d'appréhender mieux ce qu'est le travail d'un doctorant en mathématiques.

Chaque étudiant choisit, courant décembre, un sujet encadré par un chercheur, et travaille sur ce sujet tout au long du second semestre.

À l'issue de ce travail, l'étudiant rédige un mémoire, rédigé en LaTeX, à remettre courant mai, et présente ses travaux lors d'une soutenance fin mai-début juin.

L'évaluation de ce travail se base à la fois sur le travail réalisé durant le semestre, sur le contenu du mémoire et sur la qualité de la soutenance. L'utilisation de LaTeX pour la rédaction de ce mémoire est évaluée dans le module OPM.

∞ ∞ ∞

Anglais mathématique

Le but de cet enseignement est d'acquérir les bases idiomatiques des mathématiques en langue anglaise, grammaire, syntaxe, usages, vocabulaire et ponctuation spécifiques aux sciences et aux mathématiques, afin de pouvoir rédiger un résumé d'article ou de communication orale, un énoncé de théorème, une démonstration, une bibliographie, etc., et de pouvoir exposer un résultat à l'oral.

Les étudiants pourront ainsi être invités à présenter au tableau leur sujet de TER, ou des résultats vus en licence, pour consolider leurs acquis des années antérieures tout en apprenant les expressions typiques et la structure des phrases mathématiques en anglais.

- Enseignant :

∞ ∞ ∞

Outils pour les professionnels des mathématiques

Utilisation de LaTeX, et de la classe Beamer ; application à l'écriture du mémoire de TER et d'un CV. Découverte de la Bibliotèque régionale de recherche mathématique (B2RM) et des outils bibliographiques. Connaissance des métiers de la recherche.

- Enseignants :

$\infty\ \infty\ \infty$

Informatique

Illustration de grands théorèmes mathématiques par l'outil informatique (langage recommandé : Python).

- Enseignant :

$\infty\ \infty\ \infty$

Éléments d'histoire et d'épistémologie des mathématiques

Le but de ce cours d'histoire des mathématiques sera de conduire une réflexion historique et épistémologique sur la construction des pratiques et des théories mathématiques, afin que les étudiants puissent prendre du recul par rapport à leurs connaissances mathématiques et comprendre les processus qui les ont rendues possibles. La méthodologie historique que nous proposons est centrée sur l'analyse de textes originaux.

Le contenu du cours portera sur les différentes approches et méthodologies en histoire des mathématiques en montrant des études de cas : les controverses scientifiques, l'approche biographique, l'approche sociologique, l'apport de l'histoire de l'enseignement à l'histoire des mathématiques, l'histoire intellectuelle, l'histoire institutionnelle, l'histoire des instruments et histoire des mathématiques, les interactions des mathématiques avec les autres sciences.

Bibliographie :

AA. VV., Histoire des sciences et des savoirs, 3 vols., Seuil, 2015

D. Pestré, Introduction aux Science Studies, Paris, La Découverte, 2004

A.L. Rey, Méthode et histoire - Quelle histoire font les historiens des sciences et des techniques ? Paris, Garnier, 2014

- Enseignants :

$\infty\ \infty\ \infty$

Master 2 Mathématiques
Contacts

Responsable Master 2 parcours Agrégation : **Vincent Thilliez**
Département de mathématiques, bâtiment M2, bureau 207
Faculté des sciences et technologies, Université de Lille
Adresse électronique : vincent.thilliez@univ-lille.fr

Responsable Master 2 parcours Recherche : **Mylène Maïda**
Département de mathématiques, bâtiment M3, bureau 314
Faculté des sciences et technologies, Université de Lille
Adresse électronique : mylene.maida@univ-lille.fr

Secrétariat pédagogique : **Stéphanie Ninive**
Département de mathématiques, bâtiment M2, bureau 10
Faculté des sciences et technologies, Université de Lille
Adresse électronique : math-masters2@univ-lille.fr