

Thermodynamique interactive : une approche numérique pour maîtriser les fondamentaux en thermodynamique - étude du cycle triangulaire

Stéphane Bailleux^{1,2}, Driss Bria³, Tarik Benabbas¹, Mohammed Lhassane Lahlaoui⁴, Maxime Nagels⁵, Abdelhalim Guelzim¹, Abdelkader Anakkar¹

stephane.bailleux@univ-lille.fr

¹ Université Lille. Faculté des Sciences et Technologies. Département physique, 59655 Villeneuve d'Ascq, France

² Université Lille, CNRS, UMR 8523 – PhLAM – Physique des Lasers Atomes et Molécules, 59000 Lille, France

³ Département physique, Faculté des Sciences, Université Mohamed I, 60000, Oujda, Maroc

⁴ Université Abdelmalek Essaadi, Faculté des Sciences de Tétouan, Département de physique, Maroc

⁵ CPGE PSI, Lycée Roland Garros, Le Tampon, Île de la Réunion

RÉSUMÉ : L'apprentissage de la thermodynamique en premier cycle pose des défis majeurs en raison de la diversité et de la complexité de ses concepts fondamentaux, souvent abstraits, et exigeant la maîtrise d'outils mathématiques avancés. La difficulté est accentuée par le faible usage des diagrammes dans l'enseignement de la thermodynamique. Nous proposons une approche pédagogique innovante, intégrant le numérique et l'interactivité pour améliorer leur compréhension. L'exemple du cycle triangulaire dans le diagramme de Clapeyron, marqué par une transformation à gradient de pression constant, illustre cette perspective. Notre étude montre aussi que le calcul global du rendement énergétique peut être erroné dans ce cas précis, tandis que l'approche locale, fondée sur le calcul différentiel, fournit la solution adéquate.

SUMMARY: Teaching thermodynamics at the undergraduate level presents major challenges due to the diversity and complexity of its fundamental concepts, some of which are highly abstract, and require proficiency in advanced mathematical tools. The difficulty is deepened by the limited use of diagrams in thermodynamics education. This paper introduces an innovative pedagogical approach that integrates digital tools and interactivity to enhance understanding of key concepts in thermodynamics. The example of the triangular cycle, characterised by a constant pressure gradient transformation, illustrates this strategy. This study also reveals that a global approach to energy efficiency calculation can lead to errors in this case, whereas the local method, relying on differential calculus, provides the correct solution.

Mots clés : cycle triangulaire ; diagramme entropique ; transfert thermique ; transformation adiabatique ; bilan d'énergie ; rendement énergétique ; simulation numérique.

1 INTRODUCTION

La thermodynamique est une discipline de la physique redoutable à apprendre, comprendre et enseigner [1-4]. Pour les étudiants en premier cycle universitaire, cela provient en particulier de la nécessité de maîtriser en un court laps de temps un grand nombre de définitions et concepts nouveaux [4-8], subtils, contre-intuitifs, le plus souvent éloignés de la vie courante malgré les apparences (ex. : transformation réversible ou irréversible, système isolé, entropie, transfert thermique – communément « chaleur » –, température, rendement énergétique) ; en outre une certaine confusion est entretenue du fait de l'imprécision de quelques définitions [2]. À cela s'ajoute un ensemble imposant de variables et fonctions (toutes ne sont pas indépendantes) pour décrire l'évolution et l'équilibre d'un système et comme si cela ne suffit pas, certaines grandeurs physiques fondamentales sont inaccessibles à la mesure. Un exemple flagrant est l'entropie : comment un étudiant peut-il « palper » la signification de cette grandeur « abstraite », d'autant plus qu'il est complexe pour un enseignant d'en donner une définition compréhensible et assimilable tant que la thermodynamique statistique n'aura pas été abordée [1] ! Pourtant l'entropie constitue le socle du second principe de la thermodynamique [9], et cette grandeur connecte « chaleur échangée » et température, deux termes connus de tous depuis l'enfance ! Ainsi l'impossibilité de

mesurer certaines grandeurs thermodynamiques oblige à manier ces variables et fonctions thermodynamiques *via* des outils mathématiques nouveaux pour la majorité des étudiants, aux notions pouvant paraître subtiles. Il en est ainsi des fonctions de plusieurs variables, de la distinction entre dérivée, dérivée partielle, différentielle, forme différentielle, différentielle totale. De plus, chaque définition exige une notation spécifique. En définitive, le constat est alarmant : l'enseignement de la thermodynamique n'utilise qu'avec parcimonie les diagrammes, pourtant capital pour la compréhension et la résolution des problèmes et l'écriture d'un bilan énergétique. En particulier, en France, les diagrammes entropiques ne sont que rarement présentés en classe. L'outil numérique constitue assurément un support pédagogique efficace, favorisant un apprentissage plus intuitif et une meilleure assimilation des concepts clés de la thermodynamique. Dans ce contexte, cet article présente une vision numérique et interactive du cycle triangulaire [10] (dans le diagramme de Clapeyron) affichant une transformation à gradient de pression constant (*Fig. 1*), *via* un applet disponible en ligne [11] dont l'ambition vise à pallier les limites de l'enseignement traditionnel en apportant un complément interactif à l'apprentissage classique. Ainsi l'intégration du numérique dans l'enseignement de la thermodynamique procure la représentation graphique, malheureusement devenue une grande absente, des calculs conduisant au bilan énergétique et entropique d'un cycle de transformations thermodynamiques.

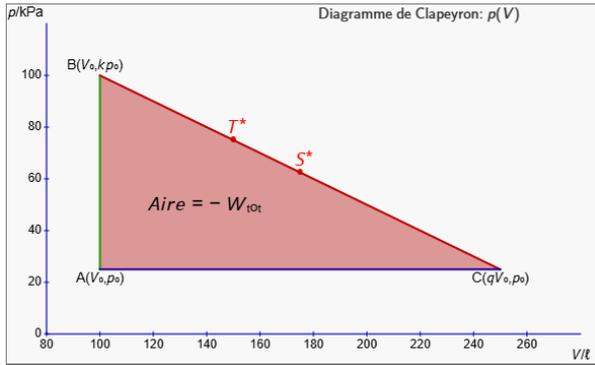


Fig. 1 : Cycle moteur réversible triangulaire dont le gradient de pression constant est négatif.

Cette étude montre d'autre part que dans le cadre du calcul du rendement (ou de l'efficacité) d'un cycle de transformations thermodynamiques, l'approche globale [12, 13], reposant sur une variation finie des fonctions d'état, peut amener à des résultats erronés. Tandis qu'une approche locale [12, 13], utilisant l'écriture différentielle, apparaît comme la méthode de choix de résolution de problèmes thermodynamiques.

2 DE L'INTÉRÊT PÉDAGOGIQUE ET DIDACTIQUE DES...

2.1 ...cycles triangulaires

La présence fréquente de ce cycle $p(V)$ « triangulaire » dans les ouvrages de thermodynamique et les ressources en ligne s'explique en grande partie par la simplicité du calcul du travail sur un tel cycle. En effet, celui-ci se ramène à l'aire du triangle ABC (notée $-W_{\text{tot}}$, Fig. 1). Conformément aux principes développés par Gibbs [14] et Bruhat [15], cette interprétation géométrique et algébrique du travail le rend particulièrement accessible. Cependant, la présence d'un gradient de pression constant au sein du cycle (transformation BC) soulève une véritable difficulté en thermodynamique, notamment pour le calcul du rendement, une problématique rarement exposée dans la littérature. À notre connaissance, seuls trois ouvrages y font référence [16, 17]. D'autres ouvrages abordant la question dressent malheureusement un calcul du rendement incorrect.

Malgré le nombre conséquent d'ouvrages consacrés à la thermodynamique, la problématique soulevée dans cette étude demeure largement absente de la littérature. Cette lacune nous a incité à mener une analyse approfondie des cycles triangulaires, soulevant les potentielles sources de confusion dans le calcul du rendement.

2.2 ...diagrammes $p(V)$ et $T(S)$

L'utilisation des supports graphiques a été souvent, et notamment depuis 1902, mise en avant dans les programmes pour associer une représentation visuelle et commode aux grandeurs mathématiques exprimées [18]. La thermodynamique s'appuie entre autres sur la représentation dans les diagrammes d'équilibre tels que

pression/volume (p, V), pression/enthalpie (p, H) ou encore température/entropie (T, S), tous les trois introduits dans le nouveau programme de 1995 de première année de Classe Préparatoire aux Grandes Écoles (CPGE). Selon Gibbs, le recours à ces diagrammes est essentiel pour la compréhension des phénomènes mais aussi des grandeurs thermodynamiques comme l'entropie : « Et s'il s'agit, au point de vue didactique, de familiariser l'étudiant avec la seconde loi de la thermodynamique, l'emploi du diagramme entropie-température sera certainement le meilleur moyen de vulgarisation. » [19]

Dans le cas de l'étude des machines thermiques, les représentations graphiques sont tout autant appréciées. Ainsi en 1926, Bruhat invoquait les représentations graphiques pour comparer efficacement, le rendement des machines réelles avec celui de la machine idéale de Carnot [15]. Gibbs dès 1903 observait déjà que : « Il est souvent très important de comparer une machine donnée à une machine idéale. Une telle comparaison sera évidemment facilitée par l'emploi d'une méthode où la machine parfaite est représentée par une figure simple. » [14] Enfin, la représentation dans le diagramme de Clapeyron (p, V) permet aisément d'associer « le travail [...] comme l'opposé de l'aire algébrique sous la courbe $p(V)$: » [16, Tome I]

$$W_{\text{tot}} = - \int p \, dV = -\text{Aire}.$$

Seuls les états d'équilibre peuvent être représentés sur ces diagrammes, qui ne s'appliquent donc strictement qu'aux transformations réversibles. La réversibilité implique donc la possibilité d'une traduction analytique et graphique d'une des variables du système en fonction d'une autre ; les autres éventuelles variables jouent le rôle de paramètres. Le concept de réversibilité permet donc cette intéressante approche pédagogique que nous allons mettre en avant dans la suite de cet article.

3 ETUDE DU CYCLE TRIANGULAIRE MOTEUR DANS LE DIAGRAMME (p, V)

On s'intéresse donc à un cycle triangulaire moteur réversible (Fig. 1) subi par une mole d'un gaz supposé parfait, initialement dans les conditions $A(V_0, p_0, T_0)$. Ces variables thermodynamiques sont donc liées par la relation : $p_0 V_0 = R T_0$. En amont et en aval de la transformation à gradient de pression constant, le gaz se trouve respectivement dans les états $B(V_0, kp_0, kT_0)$ et $C(qV_0, p_0, qT_0)$, définis tels que $\{k, q\} > 1$. AB et BC sont donc des transformations respectivement isochore et isobare. Soient $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ le rapport des capacités thermiques à pression constante et à volume constant et les paramètres $q_0 = \frac{\bar{\gamma}k+1}{\bar{\gamma}+k}$ et $\bar{\gamma} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}$ ($\gamma = \frac{\bar{\gamma}+1}{\bar{\gamma}-1}$) avec la relation suivante : $\gamma = (\frac{2}{5}; \frac{5}{3}) \rightarrow \bar{\gamma} = (6; 4)$. À titre d'applications numériques, on adoptera les valeurs remarquables suivantes : $\{\gamma; k; q=q_0\} = \{\frac{5}{3}; \frac{1}{2}; 2\}$ et $\{\frac{7}{5}; 4; \frac{5}{2}\}$. Ce choix est intéressant car $q \leq q_0$ entraîne l'inégalité $Q_{BC} \leq 0$ discutée en section 3.3.

3.1 Rendement énergétique du cycle triangulaire : approche globale du problème

Déterminons l'énergie échangée par transfert thermique lors de la transformation à gradient de pression constant, Q_{BC} , à partir du premier principe appliqué au cycle :

$$\Delta U_{\text{cycle}} = W_{\text{tot}} + Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = 0$$

Le cycle étant moteur, le travail transféré est négatif, traduisant une cession d'énergie du gaz au milieu extérieur, comme le confirme le calcul par l'aire (Fig. 1) :

$$W_{\text{tot}} = -\frac{1}{2}(k-1)(q-1)RT_0 < 0$$

Durant la phase isochore AB , le transfert thermique reçu du milieu extérieur par le système {gaz} se ramène à la variation d'énergie interne entre A et B :

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} = c_V(T_B - T_0) = \frac{RT_0}{\gamma-1}(k-1) > 0$$

Le transfert thermique cédé par le gaz durant la phase CA est réduit à la variation d'enthalpie ΔH_{CA} :

$$Q_{CA} = \Delta H_{CA} = c_p(T_A - T_C) = \frac{\gamma}{\gamma-1}RT_0(1-q) < 0$$

Il reste à évaluer l'énergie échangée par transfert thermique sur la portion BC , Q_{BC} , en précisant son signe, essentiel au calcul du rendement du cycle moteur défini comme suit : « *Le rendement d'un cycle moteur est le rapport du travail transféré à l'extérieur par la somme de tous les transferts thermiques reçus effectivement par le système.* ». Ainsi, puisque $\Delta U_{\text{cycle}} = 0$:

$$Q_{BC} = \frac{RT_0}{2} \frac{(\gamma-1)(qk-1) + (\gamma+1)(q-k)}{\gamma-1}$$

À l'évidence le signe de Q_{BC} n'est pas immédiat car dépendant des valeurs de γ , k et q . Toutefois nos choix particuliers de triplets $\{\gamma; k; q_0\}$ engendrent $Q_{BC} = 0$. Alors le rendement moteur s'écrit (spécifiquement pour ces situations singulières où $Q_{BC} = 0$) :

$$\eta = -\frac{W}{Q_{AB}} = \frac{1}{2}(q-1)(\gamma-1).$$

Avec les triplets $\{\gamma; k; q_0\}$ on trouve respectivement : $\eta = 1/3$ et $\eta = 0,30$. Ce rendement est inférieur à celui de Carnot ($\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_{\text{min}}}{T_{\text{max}}}$) fonctionnant entre les températures minimale T_0 (en C) et maximale kT_0 (en B). Autrement dit : $\eta \leq 1 - \frac{1}{k} < 1$. Un lecteur attentif sera néanmoins déconcerté par cette expression car $\eta \xrightarrow{k \rightarrow \infty} 1$!

L'inégalité large pose donc un sérieux problème. En effet, lorsque $k \gg 1$, le cycle correspondrait à un moteur perpétuel de seconde espèce, c'est-à-dire « *un dispositif qui transformerait périodiquement en travail la totalité de la chaleur d'un corps quelconque sans compensation.* » [20]. « *Sans compensation veut dire qu'une telle transformation n'est possible que si elle est liée à une modification qui a lieu en même temps dans le milieu extérieur* » [21]. Ce qui est impossible conformément à l'énoncé du deuxième principe de la thermodynamique. Ce calcul du rendement doit donc être remis en cause. En effet, bien que le transfert thermique Q_{BC} soit

globalement nul sur l'ensemble du processus BC compte tenu de nos choix particuliers de valeurs $\{\gamma; k; q_0\}$, Q_{BC} peut néanmoins résulter d'une somme d'énergies élémentaires positives ou négatives échangées par transfert thermique. Ainsi, la détermination correcte du rendement ne peut comprendre que la partie exclusivement positive du transfert thermique au cours du cycle. C'est pourquoi des précisions supplémentaires à la définition du rendement donnée ci-dessus s'imposent. Il est donc crucial d'attirer l'attention des étudiants sur les précautions à prendre pour le calcul du rendement en prenant garde, d'une part, à avoir une définition aussi complète que possible et, d'autre part, à veiller à la bonne compréhension de cette définition : « *Le rendement d'un cycle moteur est le rapport du travail transféré à l'extérieur par la somme de tous les transferts thermiques élémentaires positifs reçus effectivement par le système à un moment quelconque du cycle.* »

C'est pourquoi la section suivante expose une solution complète et originale à la problématique du calcul du rendement par le biais d'une analyse détaillée.

3.2 Analyse locale des échanges thermiques lors du processus à gradient de pression constant

L'expression erronée du rendement du cycle triangulaire établie par l'approche classique, globale, provient de transferts thermiques reçus puis cédés par le système au cours du processus à gradient de pression constant. Il est donc essentiel de considérer le signe de δQ durant cette transformation, forçant une analyse rigoureuse de l'évolution des paramètres d'état du système étudié. Écrivons que la pression diminue linéairement de B à C selon la relation : $P = -aV + b$ où a et b sont des constantes positives s'exprimant respectivement en Pa/m^3 et Pa :

$$-a = -\frac{k-1}{q-1} \frac{P_0}{V_0} \quad \text{et} \quad b = \frac{qk-1}{q-1} P_0$$

L'évolution de la température avec le volume occupé se déduit de la relation des gaz parfaits :

$$T = \frac{-aV^2 + bV}{R}.$$

Cette fonction $T(V)$ présente un maximum T_m pour un volume V_m :

$$V_m = \frac{b}{2a} = \frac{V_0}{2} \frac{qk-1}{k-1}.$$

La température maximum réduite $\frac{T_m}{T_0}$ s'exprime à l'aide des paramètres k et q :

$$\frac{T_m}{T_0} = \frac{b^2}{4a} \frac{1}{RT_0} = \frac{1}{4} \frac{(qk-1)^2}{(k-1)(q-1)}$$

Par symétrie de $T(V)$, la température s'annule de nouveau¹ pour un volume valant $2V_m$. Le tracé donnant l'évolution de la température réduite $T(V)/T_0$ (Fig. 2) repère par T^* ce point de température extrême.

La température réduite présentant un maximum entre les volumes extrêmes $V = 0$ et $V = 2V_m$, poursuivons avec l'étude de l'évolution du signe du transfert thermique échangé au cours de la transformation BC : considérons

¹ Valeur limite, non atteignable, de notre étude.

à cet égard une variation élémentaire δQ des échanges thermiques. Le premier principe se traduit par :

$$dU = \frac{R}{\gamma-1}dT = \delta Q + \delta W = \delta Q - PdV, \quad \text{soit :}$$

$$\delta Q = \frac{R}{\gamma-1}dT + P dV = \frac{R}{\gamma-1}dT + (-aV + b) dV$$

De la différentielle de l'équation d'état des gaz parfaits il découle que : $\delta Q = \left(-\bar{\gamma}aV + \frac{\bar{\gamma}+1}{2}b\right) dV$ où $\bar{\gamma} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}$.

Soit $f_Q(V) = -\bar{\gamma}aV + \frac{\bar{\gamma}+1}{2}b$. Ainsi δQ et $f_Q(V)$ ont même signe durant la phase BC puisque $dV > 0$. Dans la mesure où (a, b) sont proportionnels à P_0 , il suffit d'étudier le signe de la fonction réduite $\frac{f_Q(V)}{P_0}$ dont la représentation graphique est rendue à la Fig. 3. On y observe que pour un volume $V \in [0, 2V_m]$, δQ change de signe au point S^* dont on comprendra toute la signification à la section 4. Le volume V_{S^*} vaut :

$$V_{S^*} = \frac{qk-1}{k-1} \frac{\gamma}{\gamma+1} V_0 = \frac{qk-1}{k-1} \frac{\bar{\gamma}+1}{\bar{\gamma}} \frac{V_0}{2}.$$

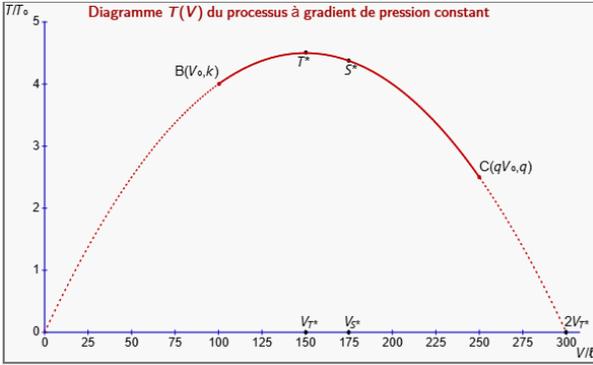


Fig. 2 : Évolution de la température réduite $T(V)/T_0$ durant le processus à gradient de pression constant (trait plein, cas où $V_B = V_0 < V_m < V_C$) et entre les deux valeurs extrêmes $V = 0$ et $V = 2V_m$ (pointillés) ; $\gamma = 7/5$; $q = 5/2$; $k = 4$.

Ainsi $\delta Q > 0$ sur l'intervalle $V \in [0, V_{S^*}]$ et $\delta Q < 0$ si $V \in [V_{S^*}, 2V_m]$. D'autre part on déduit des expressions de V_m et V_{S^*} que $V_m < V_{S^*}$: T^* et S^* ne peuvent jamais être confondus. Ainsi, δQ change de signe après transit par le maximum de température : le système peut donc continuer à capter thermiquement l'énergie de la part du milieu extérieur (Fig. 3, aire teinte en rouge) alors que sa température diminue sur l'intervalle $[V_m, V_{S^*}]$ (Fig. 2) ! Cette approche est donc particulièrement intéressante puisqu'elle différencie fondamentalement la notion de température de celle de transfert thermique ! À condition de pouvoir visualiser ces variations de température et les transferts thermiques (section 4) !

3.3 Rendement du cycle triangulaire : expressions

Le calcul du rendement est désormais conditionné à la recherche de la partie de la transformation BC respectant la contrainte stricte $\delta Q > 0$. On a vu que $\delta Q > 0$ si $V \in [V_0, V_{S^*}[$ et $\delta Q < 0$ lorsque $V \in]V_{S^*}, qV_0]$. Intéressons-nous à la situation singulière où ces deux transferts thermiques se compensent exactement,

résultant en une variation globale $Q_{BC} = 0$! Soulignons que pour une transformation finie, un transfert thermique nul ne signifie pas que la transformation soit adiabatique. Il en est ainsi de nos choix de triplets $\{\gamma ; k ; q = q_0\}$ pour lesquels $Q_{BC} = 0$ (section 3.1). Une transformation est dite adiabatique si $\delta Q = 0$ en chaque instant de la transformation BC . L'intégrale $\int_B^C \delta Q$ donne :

$$Q_{BC} = \frac{RT_0}{2} [(\bar{\gamma} - 1)(q - k) + (q - 1)(k + 1)].$$

Ainsi $Q_{BC} = 0$ lorsque $q = q_0$ ($q_0 = \frac{\bar{\gamma}k+1}{\bar{\gamma}+k}$), correspondant à l'égalité des surfaces Q_{BC}^+ et $|Q_{BC}^-|$ (colorées respectivement en rouge et bleue, Fig. 3). Pour être complet, $Q_{BC} \geq 0$ si $q \geq q_0$. Remarquons encore un écart fixe (dépendant de γ) et réduit entre les points T^* et S^* en raison de la faible différence $\frac{V_{S^*}}{V_m} - 1 = \frac{1}{\bar{\gamma}} > 0$ ($\frac{1}{\bar{\gamma}}$ valant respectivement $1/4$ et $1/6$ pour les gaz parfaits mono- et di-atomiques).

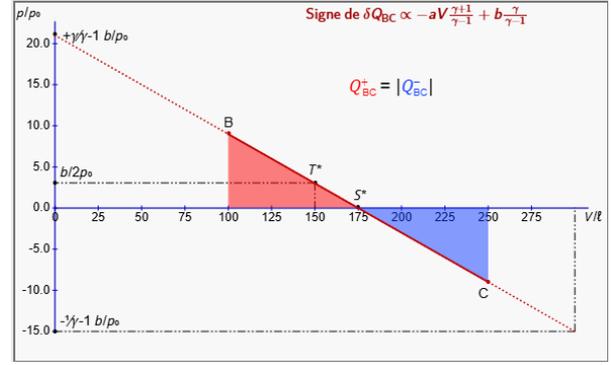


Fig. 3 : Évolution de $f_Q(V)/P_0$ représentative des échanges d'énergie par transfert thermique sur la portion BC . Zones teintes en rouge (bleue) : transfert thermique reçu (cédé) ; Les valeurs $\gamma = 7/5$; $q = 5/2$; $k = 4$ impliquent l'égalité de ces aires bien que le processus soit non adiabatique.

De même : $T_{S^*} = \frac{P_{S^*} V_{S^*}}{R} = \frac{\bar{\gamma}^2 - 1}{\bar{\gamma}} T_m$. Ainsi $\frac{T_{S^*}}{T_m} = 0,9375$ ou $0,9722$ selon que le gaz étudié soit mono- ou di-atomique (Fig. 2 et 3). In fine il convient de distinguer ces trois scénarios, selon le transfert thermique durant la phase BC .

• Primo lorsque $V_{S^*} \leq V_0$, le rendement vaut :

$$\eta = -\frac{W_{\text{tot}}}{Q_{AB}} = \frac{1}{2}(\gamma - 1)(q - 1) = \frac{q-1}{\bar{\gamma}-1},$$

avec la condition : $1 < q \leq \frac{(2k-1)\bar{\gamma}+1}{k(\bar{\gamma}+1)}$.

• Secundo quand $V_{S^*} \geq qV_0$, alors $k \leq \frac{2\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}-1} = \gamma + 1$,

$$q \geq \frac{\bar{\gamma}+1}{k(1-\bar{\gamma})+2\bar{\gamma}} \quad \text{et} \quad \eta = -\frac{W_{\text{tot}}}{Q_{AB} + Q_{BC}} = \frac{k-1}{\bar{\gamma}+k}.$$

• Tertio si $V_0 < V_{S^*} < qV_0$ il convient, afin de comptabiliser intégralement le transfert thermique reçu par le système durant la phase BC , d'ajouter à Q_{AB} la quantité Q_{BS^*} :

$$Q_{BS^*} = \int_B^{S^*} \delta Q = \int_{V_0}^{V_{S^*}} f_Q(V) dV.$$

LES FONDAMENTAUX EN THERMODYNAMIQUE

PHYSICS SIMULATION - Powered by p5.js

Cette simulation permet, via l'étude d'un gaz parfait subissant un cycle triangulaire (dans le diagramme p, V) de transformations réversibles, de comprendre la différence entre ces grandeurs thermodynamiques que sont la température, le transfert thermique et l'entropie. L'accent est mis sur le processus BC, caractérisé par un gradient de pression constant, et dont les états initial et final sont déterminés par les paramètres k et q . En particulier, selon leurs valeurs, le système parvient à des états distincts de température maximale (point T^*) et d'entropie maximale (point S^*) ! Découvrez plus d'explications sous le canvas.

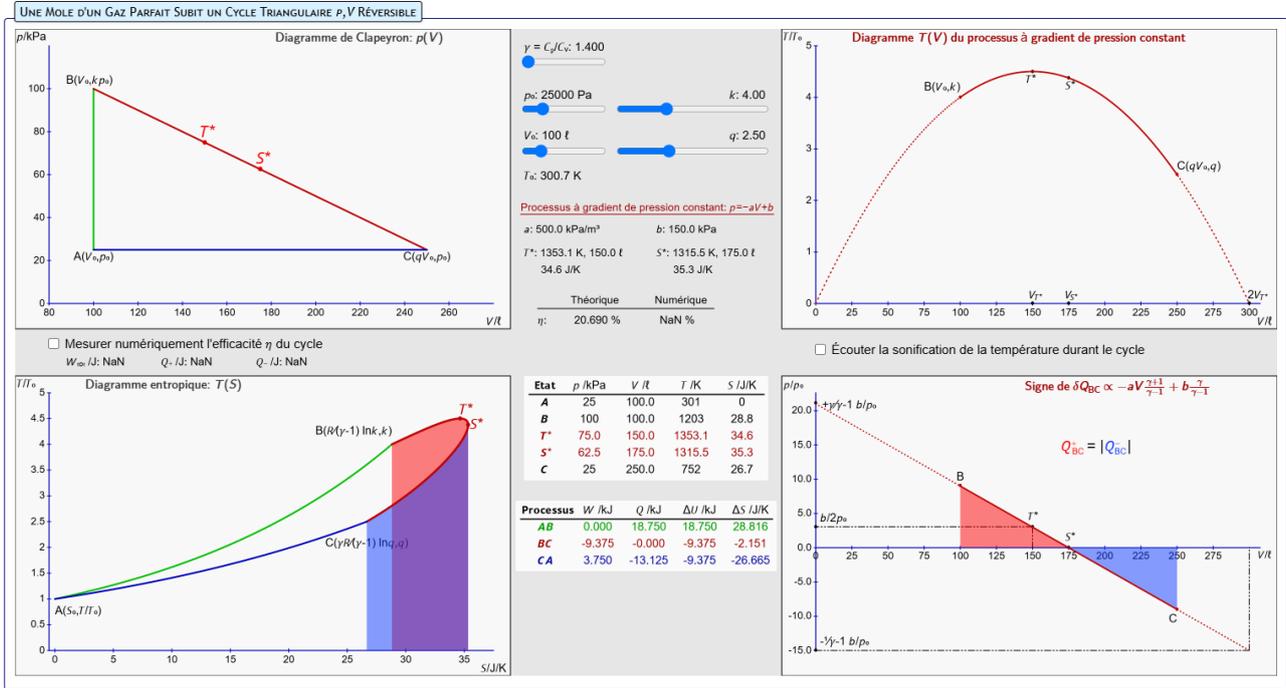


Fig. 4 : Application interactive disponible en ligne [11]. L'utilisateur, enseignant ou étudiant, peut à convenance ajuster les paramètres γ, k, q et observer par exemple l'évolution des échanges (y compris thermiques et entropiques), sous forme graphiques et de données numériques, durant chaque phase du cycle. Un clic permet de lancer la « mesure numérique » (selon la méthode de Simpson / trapézoïdale : calcul du travail / des transferts thermiques) des surfaces sous les courbes $p(V)$ et $T(S)$ pour en déduire le rendement numérique. Il peut ensuite être comparé à la valeur théorique. Les graphes et les données sont ajustés de manière dynamique.

$$\text{soit : } Q_{BS^*} = P_0 \frac{V_{S^*}}{2} \frac{qk-1}{k-1} \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(1 - \frac{V_0}{V_{S^*}}\right)^2$$

$$= P_0 \frac{V_{S^*}}{2} \frac{qk-1}{k-1} \frac{\bar{\gamma}+1}{2} \left(1 - \frac{V_0}{V_{S^*}}\right)^2$$

Compte tenu des expressions de Q_{AB} et W_{tot} (section 3.1), le rendement dans ce cas précis s'écrit :

$$\eta = \frac{\gamma^2 - 1}{2 \frac{\gamma+1}{q-1} + \left(\gamma \frac{k}{k-1} - \frac{1}{q-1}\right)^2}$$

La méthode globale occulte ce transfert thermique reçu par le système. L'approche locale génère un rendement η valant respectivement $\eta = \frac{1}{4}$ ou 0,2069 selon que $\{\gamma; k; q=q_0\} = \{5/3; 7/2; 2\}$ ou $\{7/5; 4; 5/2\}$.

	$V_{S^*} \leq V_0^{(1)}$	$V_0 < V_{S^*} < qV_0^{(2)}$	$qV_0 \leq V_{S^*}^{(3)}$
η_{lim}	$\frac{1}{\bar{\gamma}+1} = \frac{\gamma-1}{2\gamma}$	$\frac{4\bar{\gamma}}{(\bar{\gamma}+1)^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2}$	$\frac{1}{\bar{\gamma}} = \frac{\gamma-1}{\gamma+1}$
$\eta_{lim}^{(4)}$	$1/5; 1/7$	$16/25 = 0,640; 24/49 \approx 0,49$	$1/6; 1/4$

Tableau 1 : Expression du rendement aux limites de k et q .

⁽¹⁾ Expression de q à la limite $k \rightarrow \infty$: $q = \frac{2\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}+1} = 1 + \frac{1}{\bar{\gamma}}$.

⁽²⁾ Expression de η_{lim} à la limite où $(k, q) \rightarrow \infty$.

⁽³⁾ Expression de k à la limite $q \rightarrow \infty$: $k = \frac{2\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}-1} = \gamma + 1$.

⁽⁴⁾ Valeurs de η_{lim} lorsque $\gamma = 5/3; 7/5$.

Concluons cette section en soulignant que les expressions du rendement limite obtenues en prenant les valeurs extrêmes de k, q (Tableau 1), respectent comme il se doit le deuxième principe de la thermodynamique, encadrant le transfert thermique en travail.

4 THERMODYNAMIQUE ET NUMÉRIQUE

Le calcul du rendement étant posé, abordons son aspect pédagogique et didactique : comment présenter ce cycle triangulaire et son rendement aux étudiants sans les noyer sous les équations, au risque de ruiner les concepts clés de la thermodynamique ? À moins d'un support projeté, les calculs risquent d'être laborieux, chronophages et sujets à erreurs. Pourtant, l'intérêt pédagogique de ce cycle est indéniable.

Le numérique apporte une réponse idéale. Une application interactive en ligne [11] (Fig. 4), développée en JavaScript avec p5.js, comble les limites de l'enseignement traditionnel. Elle affiche les variables d'état aux points critiques (y compris T^* et S^*), ainsi que les bilans énergétiques et entropiques des transformations.

Le code implémente non seulement le rendement théorique en fonction des paramètres γ (ou $\bar{\gamma}$), k et q , mais aussi (en cochant une case) une évaluation numérique

via la méthode de Simpson (pour W_{tot}) et la méthode trapézoïdale (pour les transferts thermiques, en distinguant ceux reçus et cédés par le système). Ces deux approches concordent, et l'utilisateur visualise les aires hachurées correspondant aux différents types d'échanges. Enfin, le numérique facilite la représentation graphique et fidèle du diagramme entropique, tâche autrement fastidieuse. Car bien que la température varie exponentiellement durant les phases AB et CA , il n'existe pas d'expression analytique pour tracer $T(S)$ au cours de BC . Or, cette courbe est cruciale sur le plan didactique : elle illustre que température et entropie atteignent durant cette phase du cycle leur maximum à des instants distincts, repérés respectivement par les points T^* et S^* sur les figures. L'application met bien en évidence le fait que leur écart n'est fonction que de γ . Bien qu'étroitement liés, l'étudiant se souviendra que transfert thermique, température et entropie restent des notions distinctes !

5 CONCLUSION

L'utilisation des diagrammes (p, V) avec une transformation à gradient de pression constant pour exprimer simplement le travail total *via* l'aire d'un triangle est séduisante pédagogiquement, mais pose nombre de difficultés pour le calcul du rendement du cycle moteur. En effet, si le problème est traité avec légèreté, il y a un risque d'amalgame entre les concepts de transfert thermique, de température et d'entropie. Seul le calcul différentiel fournit un rendement conforme au second principe de la thermodynamique.

L'intégration du numérique dans l'enseignement de la thermodynamique renforce l'intérêt pédagogique de ce cycle, en offrant une visualisation dynamique et interactive des données et du bilan énergétique tout en allégeant le poids des équations complexes, souvent source d'incompréhension. Le code intègre encore la sonification de la température tout au long du cycle triangulaire, ajoutant une nouvelle dimension à cette approche graphique. [22]

Bien que la présente étude soit centrée sur la conception et la mise en œuvre de l'applet, les retours des étudiants ainsi que l'évaluation de son impact pédagogique n'ont pas encore pu être recueillis. Ces aspects feront l'objet d'une étude ultérieure, visant à évaluer l'efficacité de cet outil dans l'amélioration de l'engagement et de la compréhension des étudiants en thermodynamique.

Néanmoins la nécessité de poursuivre le développement d'outils pédagogiques innovants est indéniable. Dans cette optique, deux nouvelles applets, intégrant en plus du processus à gradient de pression constant une adiabatique ou une isotherme, sont en préparation.

Enfin, introduire plus tôt les machines thermiques dans l'enseignement permettrait de mieux illustrer l'intérêt des diagrammes thermodynamiques.

Bibliographie

[1] R. Baierlein - Entropy and the second law: A pedagogical alternative. *Am. J. Phys.* **62**, p. 15, 1994. [DOI](#).

- [2] A. Anakkar - Semantic difficulties in science and their implications for education. *J. Baltic Sci. Educ.* **13**, p. 444, 2014. [DOI](#).
- [3] M. Méheut, C. Duprez et I. Kermen - Approches historique et didactique de la réversibilité. *Didaskalia* **25**, p. 31, 2004.
- [4] R. Pisano, A. Anakkar, E-M. Pellegrino, M. Nagels - Thermodynamic foundations of physical chemistry: reversible processes and thermal equilibrium into the history. *Found. Chem.* **21**, p. 297, 2019. [DOI](#).
- [5] C. Duprez et M. Méheut - À propos du concept de source thermique, *Bull. Un. Prof. Phys. Chim.* **101**, p. 77, 2007.
- [6] M. Nagels, A. Anakkar et A. Guelzim - Le concept de système en thermodynamique. *J3eA* **21**, 2045 (2022). [DOI](#).
- [7] A. Anakkar, A. Guelzim et M. Nagels - Quelques difficultés rencontrées par les étudiants dans l'application du deuxième principe de la thermodynamique. *Bulletin de l'Union des Physiciens*, **111**, p. 1127, 2017.
- [8] S. Bailleux, A. Anakkar et M.L. Lahlaoui - Some difficulties met by students in computing the entropy balance in some thermodynamic processes. *EDULEARN23 Proceedings*, 1941, 2023. [DOI](#).
- [9] R. Pisano, E-M. Pellegrino, A. Anakkar, M. Nagels - Conceptual polymorphism of entropy into the history: extensions of the second law of thermodynamics towards statistical physics and chemistry during nineteenth–twentieth centuries. *Found. Chem.* **23**, p.337, 2021. [DOI](#).
- [10] M. Nagels, A. Anakkar et A. Guelzim - Approches thermodynamiques globale et locale appliquées à un cycle réversible triangulaire à transformation «infinitherme». *J3eA* **21**, 2046, 2022. [DOI](#).
- [11] <https://sciences-technologies.univ-lille.fr/physique/simulations>.
- [12] M. Nagels, A. Anakkar, A. Guelzim - Les cycles réversibles à transformation «infinitherme» – Partie I : *Bulletin Vert n°273* de l'Union des Professeurs de classes préparatoires Scientifiques, p. 64-78, Hiver 2020-2021.
- [13] M. Nagels, A. Anakkar, A. Guelzim - Les cycles réversibles à transformation «infinitherme» – Partie II : *Bulletin Vert n°274* de l'Union des Professeurs de classes préparatoires Scientifiques, pp. 29-44, Printemps 2021.
- [14] J. W. Gibbs - *Diagrammes et surfaces thermodynamiques*. Traduction de M. G. Roy : Scientia, 1903.
- [15] G. Bruhat - *Cours de Thermodynamique*, Paris : Masson, 1^{ère} édition, 1926.
- [16] D. Bernard - *L'esprit physique*, Paris : Ellipses, Tome I, 1998, et Tome II, 2001.
- [17] D. Calecki, B. Diu, G. Guthmann, D. Lederer & B. Roulet - *Exercices et problèmes de thermodynamique*, Hermann Ed., Paris, 2010.
- [18] H. Bouasse - *Cours Thermodynamique 1^{ère} partie. Principes Généraux. Gaz et Vapeurs*. Paris : Delagrave 2^{ème} édition, Vol. I, 1913.
- [19] [Bulletin Officiel spécial n° 5 du 30 mai 2013](#).
- [20] I. Bazarov - *Thermodynamique*, Ed. MIR Moscou, 1989.
- [21] A. Kastler & G. Bruhat - *Thermodynamique*, 5^{ème} édition, Masson et Cie Ed., 1962.
- [22] L. Bormann - The sound of science: Data sonification has emerged as possible alternative to data visualization, *EMBO Rep.*, 25: 3743, 2024. [DOI](#).

Remerciements

S.B. remercie le CNRS et l'Université de Lille pour leurs soutiens financiers et logistiques ayant permis la contribution à cette étude.